

Einführung in die Plasmaphysik, Teil 2

vorlesung von
Prof. Dr. Edith Borie

SS 2006

Aufgeschrieben von Ferhat Aslan und Marius Bürkle

Prof. Dr. Edith Borie

Institut für Hochleistungsimpuls- und Mikrowellentechnik,
Forschungszentrum Karlsruhe
76344 Eggenstein/Leopoldshafen
borie@ihm.fzk.de

Die Vorlesung ist geplant als gemeinsame Veranstaltung für Studenten der Physik und des Maschinenbaus. Der Inhalt umfasst sowohl die Vertiefung in der Elektrodynamik als auch die kontrollierte Kernfusion. Physikstudenten können sich die zwei Lehrveranstaltungen, 2 SWS Vorlesung und die 1 SWS Übung pro Semester, als physikalisches Wahlfach anerkennen lassen.

Dieser Teil des Skriptums umfasst Teile der Vorlesung im Sommersemester, mit Plasmawellen, Plasmarandschicht und Instabilitäten. Etwas über Plasmatechnologie soll folgen. Leider war es nicht möglich, auch die Abschnitte mit statistischer Theorie, Vlasov Theorie der Plasmawellen und Landau-Dämpfung aufzuschreiben.

Contents

1	Plasma Wellen	1
1.1	MHD Wellen	4
1.2	Wellen bei hohen Frequenzen	11
1.3	Wellen in Anwesenheit eines Magnetfeldes	20
1.3.1	Elektrostatische Wellen	23
1.3.2	Elektromagnetische Wellen	24
1.4	Ionen Wellen (im kalten Plasma)	39
2	Die Plasmarandschicht	45
2.1	Die Gleichung einer planaren Schicht	45
2.2	Das Child-Langmuir Gesetz	48
2.3	Elektrostatische Sonden	50
3	Instabilitäten	53
3.1	Einführung	53
3.2	Die 2-Strom Instabilität	53
3.3	Rayleigh Taylor Instabilität	57
4	Einführung in die Plasmatechnologie	62
4.1	Einführung	62
4.1.1	Plasma Parameter	63
4.2	Gasentladungen	64
4.2.1	Zündbedingungen	65
4.2.2	DC-Entladungen	68
4.2.3	Überblick der Entladungsarten	68
4.2.4	Unselbständige Entladung	70
4.2.5	Glimmentladungen	70
4.2.6	Bogenentladung	74
4.2.7	Anwendungen der DC-Entladung in der Lichttechnik	74
4.2.8	Anwendung der DC-Entladung in der Prozesstechnik	80
4.2.9	Anwendung der DC-Entladung in der Atmosphärendruck-Prozesstechnik 84	
4.3	HF-Entladungen	88
4.3.1	Anwendungen von HF-Entladungen	90
4.3.2	Mikrowellenentladung	94
4.3.3	ECR-Entladung	99
4.4	Plasmachemie	100

1 Plasma Wellen

In einem kontinuierlichen Medium (wie ein Plasma) ist eine Wellenbewegung möglich, wenn:

1. Ein Gleichgewichtszustand existiert, bezüglich dessen kleine Abweichungen betrachtet werden können.
2. Das Medium besitzt Trägheit.
3. Rückziehende Kräfte existieren, die entgegen die Abweichungen wirken.

Alles ist bestens erfüllt in einem Plasma (Rückkräfte aus Druckgradienten, magnetischem Druck oder Spannkraft) In einem neutralen Gas können im wesentlichen zwei unterschiedliche Arten von Wellen sich fortpflanzen, die schon bekannt sind:

- Elektromagnetische Wellen: die Maxwellgleichungen im Vakuum können zu einer Wellengleichung umgeformt werden (Physik 2). Die Lösungen dieser Gleichungen sind die bekannten elektromagnetischen Wellen, bei denen die Vektoren \vec{E} und \vec{B} aufeinander senkrecht und auch beide senkrecht zur Ausbreitungsrichtung orientiert sind. Es handelt sich um transversale Wellen mit der Phasengeschwindigkeit $v_\phi = c$.
- Schallwellen: Die Kompression eines idealen Gases ruft eine rücktreibende Kraft hervor, die Schallwellen verursachen kann. Die Ausbreitungsrichtung ist parallel zu ∇p . Es handelt sich um eine longitudinale Welle, deren Phasengeschwindigkeit $c_s = \sqrt{\gamma k_B T / m}$ vergleichbar mit der mittleren thermischen Geschwindigkeit der Gasmolekülen ist.

In einem Plasma haben wir auch mit freien Ladungsträgern zu tun. Die Teilchenbewegung koppelt an das elektromagnetische Feld. Zusätzlich kann ein äusseres Magnetfeld die Teilchenbewegung senkrecht dazu stark beeinflussen. Aus diesem Grund existieren in einem Plasma viele Wellentypen.

Ebene Wellen

Alle periodischen Bewegungen einer Flüssigkeit lassen sich durch die Fourier-Analyse zerlegen in eine Überlagerung sinusförmiger Oszillationen mit der Frequenz $\omega = 2\pi f$ und der Wellenlänge $\lambda = 2\pi/k$. Wenn die Amplitude auch klein ist, kann es sein, dass die gesamte Wellenform fast sinusartig ist.

Mathematische Nebenbemerkung:

Betrachten wir zuerst nur eine Fourier-Komponente der Dichte (oder z.B. eine Komponente von \vec{E} oder \vec{B})

$$\begin{aligned} n(\vec{r}, t) &= n_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \delta) \\ &= \text{Re}(\bar{n} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}) \end{aligned}$$

\bar{n} definiert die Amplitude und Anfangsphase und heisst komplexe Amplitude. Hier ist $\bar{n} = n_0 e^{i\delta}$ und \vec{k} heisst Propagationsvektor.

Phasengeschwindigkeit:

Für die Flächen konstanter Phase gilt

$$\frac{d}{dt}(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) = 0$$

$$\text{oder } \vec{k} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \omega$$

Die Phasengeschwindigkeit ist parallel zur Propagationsvektor (definiert die Ausbreitungsrichtung) und hat den Betrag $v_\phi = \omega/k$ ($= \lambda f$)

Die Wellenfronten (Flächen konstanter Phase) sind $\perp \vec{k}$.

In einer Dimension: $kx - \omega t$

$$\omega/k > 0 \quad \iff \text{Propagation to right}$$

$$\omega/k < 0 \quad \iff \text{Propagation to left}$$

Gruppengeschwindigkeit:

Eine reine ebene Welle (sinusförmige Störung) entspricht einem unendlich langen Wellenzug mit einer konstanten Amplitude. Dies ist selten in der Natur vorhanden. Ein endlich langer Wellenzug oder Puls entspricht dann zwangsweise einer Überlagerung mehrerer Frequenzen (oder Wellenlängen).

Eine Dimension: Das Signal ist

$$u(\vec{x}, t) \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{i(kx - \omega t)} dk$$

wobei $\omega(k)$ von k abhängt und

$$A(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, 0) e^{-ikx} dx \quad (\text{Fourierzerlegung})$$

Eine Ebene Welle entspricht $A(k) = \sqrt{2\pi} \delta(k - k_0)$

Ein endlicher Wellenzug mit der Breite Δx enthält ein Frequenzspektrum. $A(k)$ habe eine Spitze bei $k = k_0$ und eine Breite Δk . (s. Abb. 1)

$\Delta x, \Delta k$ seien die RMS-Abweichungen vom Mittelwert. Dann gilt $\Delta x \Delta k \gtrsim 1/2$ (Bekannt auch in der Quantenmechanik)

Nun betrachten wir die Zeitabhängigkeit:

In einem dispersiven Medium hängt die Phasengeschwindigkeit $v_\phi = \omega/k$ von der Frequenz oder von der Wellenzahl k ab. Der Puls wird deformiert.

Wir nehmen an, dass Δk nicht zu gross sei, und dass $\omega(k)$ sich nicht zu schnell mit k ändert (das ist nicht immer der Fall, aber dies braucht eine Sonderbehandlung). Dann können wir im Fourier Integral $\omega(k)$ als Taylor-Reihe entwickeln und nur die ersten zwei Terme nehmen:

$$\omega(k) \simeq \omega_0 + \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=k_0} (k - k_0) + \dots$$

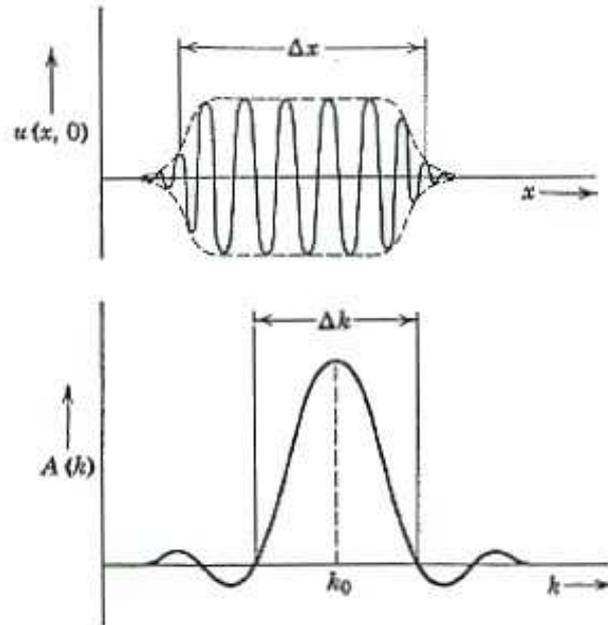


Figure 1: A harmonic wave train of finite extent and its Fourier spectrum in wavenumber.

mit dem Ergebnis

$$\begin{aligned}
 u(x, t) &\simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{i[kx - \omega_0 t - (k - k_0) \frac{d\omega}{dk}|_{k_0} t]} dk \\
 &\simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-i(\omega_0 - k_0 \frac{d\omega}{dk}|_{k_0}) t} \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{ik(x - \frac{d\omega}{dk}|_{k_0} t)} dk \\
 &= u(x - \frac{d\omega}{dk}|_{k_0} t, 0) e^{-i(\omega_0 - k_0 \frac{d\omega}{dk}|_{k_0}) t}
 \end{aligned}$$

Abgesehen von dem Phasenfaktor, pflanzt sich der Wellenzug fort mit der Gruppengeschwindigkeit

$$v_g = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=k_0}$$

$$u(x, t) \simeq u(x - v_g t, 0) e^{-i(\omega_0 - v_g k_0) t}$$

Wenn die Störung zu gross wird, oder wenn $\frac{d\omega}{dk}$ zu gross wird, gilt die Näherung nicht mehr.
Brechungsindex (leider auch als n notiert):

$$n(k) = \frac{ck}{\omega(k)}$$

Die Phasengeschwindigkeit ist

$$v_\phi = \frac{\omega(k)}{k} = \frac{c}{n(k)}$$

Die Gruppengeschwindigkeit ist

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n(k)} - \frac{ck}{(n(k))^2} \frac{dn}{dk}$$

mit

$$\frac{dn}{dk} = v_g \frac{dn}{d\omega}$$

Deshalb gilt

$$v_g = \frac{c}{n(k)} - \frac{\omega v_g}{n(k)} \frac{dn}{d\omega}$$

Anormale Dispersion: $\frac{dn}{d\omega} < 0$ und v_g kann unendlich oder negativ werden.

1.1 MHD Wellen

Hier werden Wellen mit niedriger Frequenz, bei denen die Ionenbewegung wichtig ist, behandelt. Es hat mit der Bewegung des ganzen Plasmas zu tun. Alles kann dann durch die MHD (1-Flüssigkeitsmodell) beschrieben werden. Bei höheren Frequenzen reagieren die Elektronen auf oszillierende Felder anders als die Ionen. Ein 2-Flüssigkeitsmodell, das die Elektronen und Ionen getrennt behandelt, ist dann nötig.

Die Wellentypen heissen Magneto-akustischen Wellen und die Alfvén Wellen.

Die MHD-Gleichungen lauten

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) &= 0 \\ \rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] &= -\nabla p + \vec{j} \times \vec{B} \end{aligned}$$

mit (Maxwell)

$$\mu_0 \vec{j} = \nabla \times \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Dann ist

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] &= -\nabla p + \mu_0^{-1} (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{B} - \frac{\nabla B^2}{2\mu_0} \\ \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} &= \eta \vec{j}, \end{aligned}$$

Das Faraday'sche Gesetz

$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times \vec{E}$$

und

$$\nabla p = \gamma \frac{p}{\rho} \nabla \rho \quad \text{Zustandsgleichung}$$

Wir werden alle Größen als Gleichgewicht + Störung beschreiben.

Das Gleichgewicht wird mit ρ_0 , p_0 , \vec{B}_0 (für $\vec{v}_0 = 0$ -Plasma in Ruhe) und \vec{B}_0 gleichförmig beschrieben.

$$\frac{d\vec{v}_0}{dt} = 0$$

und daher

$$\begin{aligned} \nabla \left(p_0 + \frac{B_0^2}{2\mu_0} \right) &= 0 \\ (\vec{B}_0 \cdot \nabla) \vec{B}_0 &= 0 \end{aligned}$$

Nun wollen wir kleine Störungen bezüglich diesem Gleichgewicht betrachten:

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_0 + \rho_1, & \vec{v} &= \vec{v}_1 \quad (\vec{v}_0 = 0) \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 + \vec{B}_1, & \vec{j} &= \vec{j}_0 + \vec{j}_1\end{aligned}$$

mit $\nabla\rho_0 = 0$ und alle Ableitungen von $\vec{B}_0 \simeq 0$. Alle größen x_0 erfüllen die MHD-Gleichungen, wie gerade beschrieben.

Alle Terme linear in den kleinen größen x_1 , ($(\vec{v}_1 \cdot \nabla)\vec{v}_1$ ist 2.Ordnung) erfüllen die Gleichungen:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0\vec{v}_1) &= 0 \\ \vec{E}_1 &= -\vec{v}_1 \times \vec{B}_0 + \eta\vec{j}_1 \simeq -\vec{v}_1 \times \vec{B}_0 \\ \nabla p_1 &= \frac{\gamma p_0}{\rho_0} \nabla\rho_1 \\ -\frac{\partial\vec{B}_1}{\partial t} &= \vec{B}_0 \nabla \cdot \vec{v}_1 - (\vec{B}_0 \cdot \nabla)\vec{v}_1 \\ \rho_0 \frac{\partial\vec{v}_1}{\partial t} &= -\frac{\gamma p_0}{\rho_0} \nabla\rho_1 + \nabla \left(\frac{\vec{B}_0 \cdot \vec{B}_1}{\mu_0} \right) + \mu_0 (\vec{B}_0 \cdot \nabla)\vec{B}_1 - \epsilon_0 \frac{\partial\vec{E}_1}{\partial t} \times \vec{B}_0\end{aligned}$$

Im Folgenden wird $\eta \simeq 0$ angenommen; $\eta \neq 0$ entspricht einer Dämpfung.

Fall a) $B_0 = 0$ (Schallwellen)

$$\begin{aligned}\rho_0 \frac{\partial\vec{v}_1}{\partial t} &= -\frac{\gamma p_0}{\rho_0} \nabla\rho_1 \\ \frac{\partial\rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0\vec{v}_1) &= 0\end{aligned}$$

Die Divergenz der oberen Gleichung ergibt

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\nabla \cdot (\rho_0\vec{v}_1)}_{-\frac{\partial\rho_1}{\partial t}} &= -\frac{\gamma p_0}{\rho_0} \nabla^2\rho_1 \\ \frac{\partial^2\rho_1}{\partial t^2} &= \frac{\gamma p_0}{\rho_0} \nabla^2\rho_1 \quad (\text{Wellengleichung})\end{aligned}$$

Die Lösung lautet:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \tilde{\rho} \cdot \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x} + \delta) \\ \omega^2 &= v_s^2 k^2, \quad \omega = 2\pi f, \quad |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}\end{aligned}$$

\vec{k} definiert die Ausbreitungsrichtung. Die Phase: $\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x} = \text{const.}$ entspricht der Phasengeschwindigkeit $v_\phi = \omega/k$. In diesem Fall ist die Phasengeschwindigkeit auch die Schallgeschwindigkeit

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}}$$

Jetzt untersuchen wir den komplizierterem Fall, mit \vec{B}_0 in die z-Richtung.

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} &= \vec{B}_0(\nabla \cdot \vec{v}_1) - B_0 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial z} \\ 0 &= \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \vec{v}_1 \\ \vec{E}_1 &= -\vec{v}_1 \times \vec{B}_0 + \eta \vec{j}_1 \simeq -\vec{v}_1 \times \vec{B}_0 \\ \rho_0 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} &= -v_s^2 \nabla \rho_1 - B_0 \frac{\nabla B_{1z}}{\mu_0} + \frac{B_0}{\mu_0} \frac{\partial \vec{B}_1}{\partial z} - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} \times \vec{B}_0 \end{aligned}$$

Als Nächstes

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 \times \vec{B}_0 &= \vec{B}_0 \times (\vec{v}_1 \times \vec{B}_0) + \eta \vec{j}_1 \times \vec{B}_0 \\ &= B_0^2 \vec{v}_1 - (\vec{v}_1 \cdot \vec{B}_0) \vec{B}_0 \\ &= B_0^2 \vec{v}_{1\perp} + \eta B_0 (\hat{x} j_{1y} - \hat{y} j_{1x}) \simeq B_0^2 \vec{v}_{1\perp} \end{aligned}$$

$\vec{v}_{1\perp}$ ist nichts anderes als der $(\vec{E}_1 \times \vec{B}_0)/B_0^2$ - Drift (wenn $\eta = 0$)

Nur die Komponenten von \vec{v}_1 senkrecht auf \vec{B}_0 sind interessant. Achsenwahl: $\vec{v}_{1\perp}$ wird in die y-Richtung gewählt: $v_{1y} = -E_{1x}/B_0$ (v_{1x} ist klein)

Somit ergeben sich 4 Gleichungen in den 4 Unbekannte B_{1y} , B_{1z} , ρ_1 , v_{1y} (equivalent E_{1x}):

$$\begin{aligned} -\frac{\partial B_{1y}}{\partial t} &= -B_0 \frac{\partial v_{1y}}{\partial z} \\ -\frac{\partial B_{1z}}{\partial t} &= +B_0 \frac{\partial v_{1y}}{\partial y} \\ \rho_0 \frac{\partial v_{1y}}{\partial y} &= -\frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\ \rho_0 \frac{\partial v_{1y}}{\partial t} &= -v_s^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial y} + \frac{B_0}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_{1y}}{\partial z} - \frac{\partial B_{1z}}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

Es ergeben sich daraus mehrere Wellentypen. Die Klassifikation erfolgt nach der Ausbreitungsrichtung. Im Allgemein gilt für die Wellenfronten: $\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x} = \omega t - k_y y - k_z z - k_x x$.

Die klassische Alfvén-Welle

Hier handelt es sich um Ausbreitung parallel zum Magnetfeld: \vec{k} ist in die z-Richtung).

D.h. Ableitungen bezüglich y verschwinden. Somit verschwinden auch B_{1z} und ρ_1 . Es bleiben

$$\begin{aligned} -\frac{\partial B_{1y}}{\partial t} &= -B_0 \frac{\partial v_{1y}}{\partial z} \\ \text{und} \quad \rho_0 \frac{\partial v_{1y}}{\partial t} &= \frac{B_0}{\mu_0} \frac{\partial B_{1y}}{\partial z} \end{aligned}$$

daraus ergibt sich

$$\frac{\partial^2 B_{1y}}{\partial t^2} = \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0} \frac{\partial^2 B_{1y}}{\partial z^2} = v_A^2 \frac{\partial^2 B_{1y}}{\partial z^2}$$

wobei die Alven Geschwindigkeit als

$$v_A = \sqrt{\frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0}}$$

definiert wird. Die Lösung lautet $B_{1y} = B_1 \cdot \sin(\omega t - k_z z + \phi)$ (ϕ ist eine beliebige Phase) und $\omega^2 = k_z^2 v_A^2$

Wir haben gesehen, dass die Flüssigkeit sich in die y-Richtung bewegt.

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_{1y}}{\partial t} &= B_0 \frac{\partial v_{1y}}{\partial z} = \omega B_1 \cdot \cos(\omega t - k_z z + \phi) \\ \Rightarrow v_{1y} &= \frac{\omega B_1}{k_z B_0} \cdot \sin(\omega t - k_z z + \phi) \\ &= v_A \frac{B_1}{B_0} \cdot \sin(k_z (v_A t - z) + \phi) \\ &= -\frac{E_x}{B_0} \quad \left(\text{oder} = -\frac{E_x - \eta j_{1x}}{B_0} \right) \end{aligned}$$

Das ganze Plasma bewegt sich mit $v_{1y} = -\vec{E}_{1x}/B_0$. Da v_{1y} dieselbe ist für Elektronen und für Ionen, folgt, dass $j_{1y} = 0$.

Zwar sind E_{1x} und $j_{1x} = \sigma E_{1x}$ ungleich 0, aber beide sind klein.

Es handelt sich um einen Rippel in den Feldlinien (s. Abb. 2)

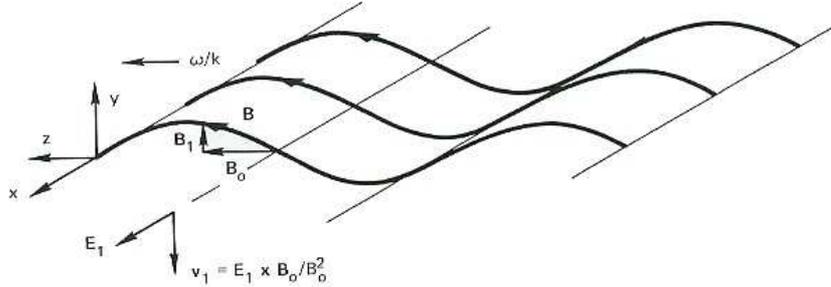


Figure 2: Relation among the oscillating quantities in an Alfvén wave and the (exaggerated) distortion of the lines of force.

Physikalisch gesehen:

Die Ionen folgen den Schwingungen in E_x langsamer als die Elektronen. Daraus entsteht ein Polarisationsdrift und Polarisationsstrom \vec{j}_1 parallel zu \vec{E}_1 . $\vec{j}_1 \times \vec{B}_0$ ist eine Kraft in die y-Richtung, und ist um 90° phasenverschoben bezüglich \vec{v}_1 ; diese schiebt die Flüssigkeit.

Anmerkung: Wenn man den Verschiebungsstrom nicht vernachlässigt, ist

$$v_{ph}^2 = \frac{\omega^2}{k_z^2} = \frac{v_A^2}{1 + v_A^2/c^2},$$

statt einfach v_A^2 .
Vergleich Schallwellen

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_m}}$$

$$v_A = \sqrt{\frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_m}}$$

Wiederum ist $B_0/2\mu_0$ analog zum Druck.
Zahlen:

$$\frac{v_A^2}{c^2} = \frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_m c^2} = \frac{\epsilon_0 B_0^2}{M_i n_0} = \frac{\Omega_c^2}{\Omega_p^2}$$

$$= \frac{B_0^2}{n_0 A_m} \frac{1}{1,89 \cdot 10^{-16}}$$

für B_0 in Tesla und n_0 in cm^{-3} .

- Wasserstoff: $A_m = 1,008$; für $B_0 = 1 \text{ T}$ und $n_0 = 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ist $v_A/c = 0,023$
- In der Sonnenkorona mit $B \sim 10^{-6} \text{ T}$ und $n_0 \sim 6 \cdot 10^7 \text{ m}^{-3}$ ist $v_A/c = 0,009$
- Ionosphere mit $B \sim 10^{-5} \text{ T}$ und $n_0 \sim 10^{12} \text{ m}^{-3}$ ist $(v_A/c)^2 \simeq 10^{-6}/(1,89 A_m)$

Experimente

Diese werden durch Stöße, die eine Dämpfung verursachen, erschwert (im Labor).
Trotzdem ist es Wilcox et al. (1959, 1960, 1961) gelungen, Alfvénwellen im Labor nachzuweisen.
(siehe Buch: The Alfvén wave, Akina Hasegawa & Chanchal Uberoi, Technical Info Center, US Dept. of Energy, 1982)

Sie haben mit Wasserstoff in einem zylindrischen Kupferrohr gearbeitet. Das Schema wird in Abb. 3 gezeigt. Die Zylinderachse liegt parallel zu \vec{B}_0 . Der Kondensator A wird entladen, um das Plasma zu erzeugen. Dann entlädt man den Kondensator B zwischen dem Kupferrohr und

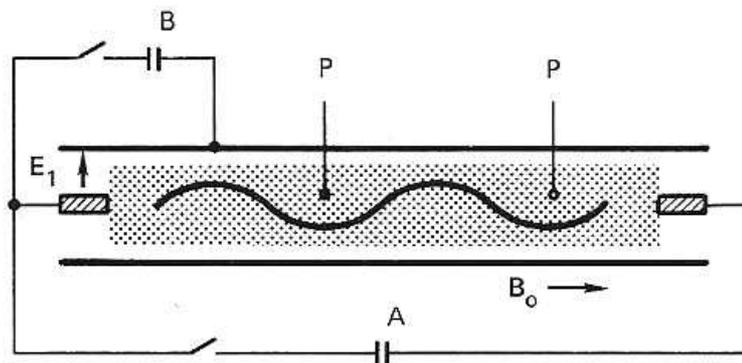


Figure 3: Schematic of an experiment to detect Alfvén waves (from J.M. Wilcox, F.I. Boley and A.W. DeSilva, Phys. Fluids, vol.3, p.15 (1960)).

einer koaxialen Elektrode am Ende des Rohres, um azimuthalsymmetrische Wellen anzuregen ($E_x \sim E_r$, $B_y \sim B_\theta$, wie in Abb. 4).

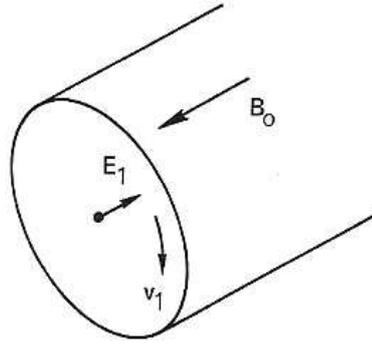


Figure 4: Geometry of a torsional (or shear) Alfvén wave in a cylindrical plasma

Typische Zahlen:

$B_0 \sim 1T$, $n_0 \sim 6 \cdot 10^{21} m^{-3}$ und somit $(v_A/c) \sim 0,001$. Der Ionisationsgrad war $> 80\%$, $T \sim 10^4 K$. Es war notwendig, mit Wasserstoff zu arbeiten, da reine Alfvén-Wellen existieren nur bei Frequenzen $\omega \ll \Omega_c$. Da $\Omega_c \propto 1/M_i$ und $\omega = kv_A \propto 1/\sqrt{M_i}$, wird diese Bedingung nur bei Wasserstoff gut erfüllt.

Die Spannungssignale auf den coaxialen Elektroden wurden mit den Sonden P gemessen. Abb. 5 und Abb. 6 zeigen die Ergebnisse:

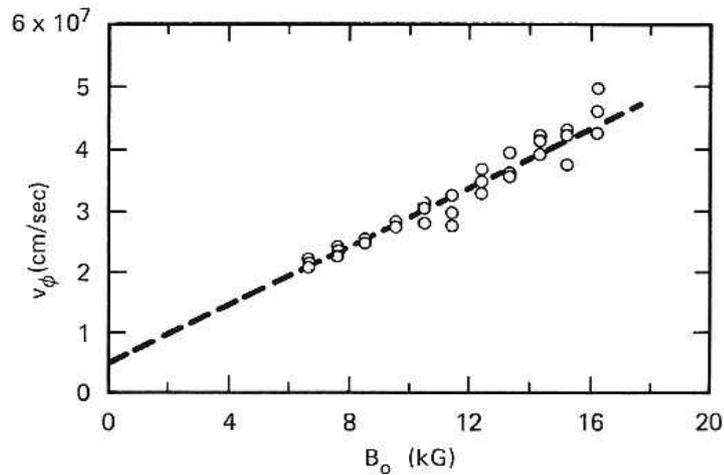


Figure 5: Measured phase velocity of Alfvén waves as a function of magnetic field. (from J.M. Wilcox, F.I. Boley and A.W. DeSilva, Phys. Fluids **3**, 15 (1960))

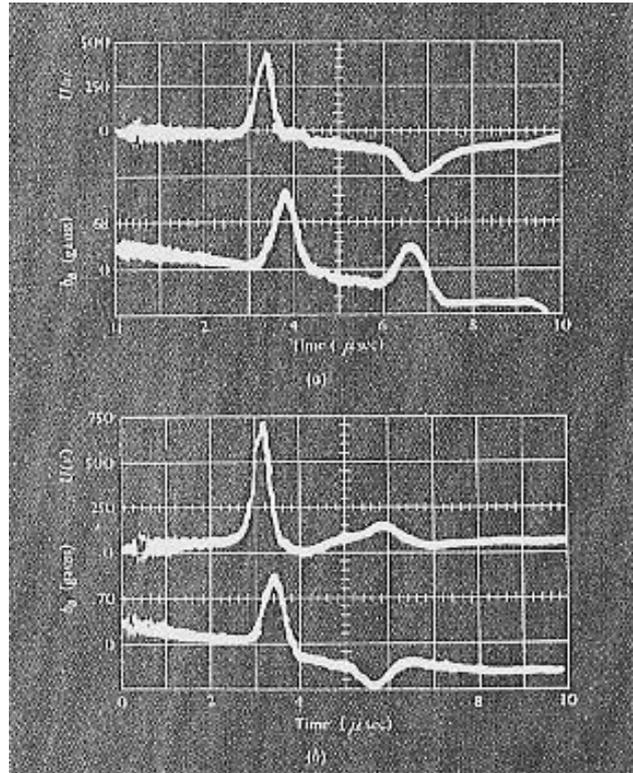


Figure 6: Oscilloscope traces showing the reflection of hydromagnetic waves. The upper traces show the induced electric voltage of the wave, the lower traces the induced azimuthal magnetic field B_θ . The first pulse is the induced wave and the second pulse is the reflected wave. The delay between them corresponds to the time required for the waves to travel to the end of the tube and back again. (a) Reflection against rigid conducting end plates; (b) reflection against a dielectric interface.

Magneto-akustische Wellen

Hier handelt es sich um Wellenausbreitung senkrecht zum Magnetfeld. Dies bedeutet, dass $k_z = 0$ und $k_y \neq 0$. Somit gilt: $\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow 0$. Das Gleichungssystem vereinfacht sich zu:

$$\frac{\partial B_{1y}}{\partial t} = 0$$

(und deshalb $B_{1y} = 0$)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} &= -\rho_0 \frac{\partial v_{1y}}{\partial y} \\ -\frac{\partial B_{1z}}{\partial t} &= -B_0 \frac{\partial v_{1y}}{\partial y} \\ \rho_0 \frac{\partial v_{1y}}{\partial t} &= -v_s^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial y} - \frac{B_0}{\mu_0} \frac{\partial B_{1z}}{\partial y} \end{aligned}$$

Ansatz : $v_{1y} = v_1 \cos(\omega t - ky - \delta)$

Einsetzen in den Gleichungen und Ausrechnen der Ableitungen ergibt

$$B_{1z} = \frac{B_0 v_1 k}{\omega} \cos(\omega t - ky - \delta)$$

sowie

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{v_1 k}{\omega} \cos(\omega t - ky - \delta)$$

aber nur wenn

$$\rho_0 \omega = \rho_0 \frac{v_s^2 k^2}{\omega} + \frac{B_0^2 k^2}{\mu_0 \omega}$$

Die dritte Gleichung kann zur Dispersionsrelation vereinfacht werden:

$$\omega^2 = v_s^2 k^2 + \frac{B_0^2 k^2}{\mu_0 \rho_0} = (v_s^2 + v_A^2) k^2$$

\vec{E}_1 oszilliert, und \vec{v}_1 ist ein $\vec{E}_1 \times \vec{B}_0$ drift.

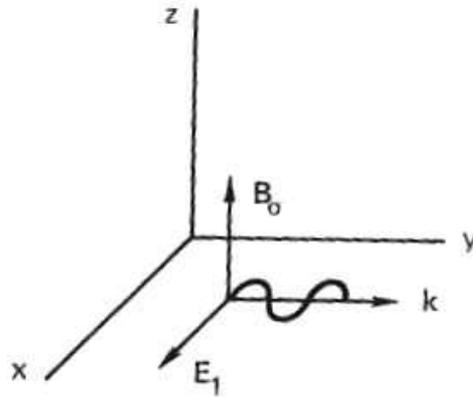


Figure 7: Geometry of a magnetosonic wave propagating at right angles to \vec{B}_0 .

$\omega \vec{B}_1 \approx \vec{k} \times \vec{E}_1$ ist in die z-Richtung. Da es sich um Kompression- und Verdünnung der Magnetfeldlinien handelt, heisst diese Wellentyp Magneto-akustische Wellen.

Die MHD-Näherung ist gültig, wenn die Ionenbewegung dominiert. Dies ist der Fall, wenn $\omega \leq \Omega_c, \Omega_p$

1.2 Wellen bei hohen Frequenzen

Bei höheren Frequenzen ($\omega \geq \omega_{pe}$), wo fast nur die Elektronenbewegung wichtig ist, da die Ionen den sich schnell verändernden elektrischen Feldern nicht folgen können, müssen Ionen und Elektronen getrennt betrachtet werden. Hier liefert ein Zweiflüssigkeitsmodell eine gute Beschreibung, solange das Plasma nicht zu heiss ist.

In der Zweiflüssigkeitstheorie gilt für jede Teilchensorte k (k=e,i) die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} = -\nabla \cdot (n_k \vec{u}_k)$$

und die Bewegungsgleichung

$$m_k n_k \frac{d\vec{u}_k}{dt} = n_k q_k [\vec{E} + \vec{u}_k \times \vec{B}] - \nabla p_k - m_k n_k \nu_k \vec{u}_k$$

Es gilt weiter:

$$\begin{aligned}\rho_{el} &= n_i q_i + n_e q_e \approx 0 \\ \vec{j} &= n_i q_i \vec{u}_i + n_e q_e \vec{u}_e = e n_e (\vec{u}_i - \vec{u}_e)\end{aligned}$$

sowie

$$\nabla p_k = \frac{\gamma_k p_k}{n_k} \nabla n_k$$

mit $p_k = n_k k_B T_k$

und die Maxwell-Gleichungen

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{E} &= \rho / \epsilon_0 \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 (\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\end{aligned}$$

Nun zerlege man n_k , u_k , p_k , \vec{E} , \vec{B} in die Form Gleichgewicht + Störung, z.B.:

$$n_e = n_0 + n_{1e}, \quad n_i = n_0 + n_{1i}$$

(bei einfach ionisierten Ionen gilt $n_{0e} = n_{0i} = n_0$). Bei Gleichgewicht ist das Plasma quasineutral. Es gelten auch

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1, \quad \vec{u}_k = \vec{u}_{0k} + \vec{u}_{1k} \text{ usw.}$$

sowie $\partial n_0 / \partial t = 0$, $\partial \vec{u}_0 / \partial t = 0$, $\partial \vec{E}_0 / \partial t = 0$ usw.

Bei Gleichgewicht sind keine Wellen vorhanden, und solange $x_0 \neq 0$ soll gelten $|x_1| \ll |x_0|$. Auch können alle Produkte Terme u_1^2 , $\vec{u}_1 \times \vec{B}_1$ usw. vernachlässigt werden. Insbesondere wird auch $(\vec{u}_1 \cdot \nabla) \vec{u}_1$ vernachlässigt.

Die linearisierten Gleichungen werden

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E}_1 &= -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B}_1 &= 0 \\ \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}_1 &= e(n_{1i} - n_{1e}) \\ \nabla \times \vec{B}_1 &= \mu_0 \vec{j}_1 + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} \\ \frac{\partial n_{1k}}{\partial t} + \nabla \cdot (n_{1k} \vec{u}_{0k} + n_0 \vec{u}_{1k}) &= 0 \\ m_k n_0 \frac{\partial \vec{u}_{1k}}{\partial t} &\simeq q_k n_0 (\vec{E}_1 + \vec{u}_{1k} \times \vec{B}_0) - \nabla p_{1k} - m_k n_0 \nu_k \vec{u}_{1k}\end{aligned}$$

Für $\vec{E}_0 = 0$ und $\vec{u}_{0k} = 0$ gilt

$$\frac{\partial n_{1k}}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot \vec{u}_{1k} = 0$$

und $\frac{\nabla p_1}{p_0} = \gamma \frac{\nabla n_1}{n_0}$

Die lineare Näherung ist gut für kleine Amplituden, aber bei großen Amplituden treten auch nichtlineare Effekte auf.

Nun machen wir die Annahme, dass alle Störungen sinusförmig Wellen sind:

$$\begin{aligned} n_1 &= \bar{n}_1 \cdot e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)} \\ \vec{E}_1 &= \vec{\bar{E}}_1 \cdot e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)} \quad \text{usw.} \end{aligned}$$

Anmerkung zu Ableitungen von komplexen Phasoren. Erinnerung:

$$\begin{aligned} n_1(\vec{r}, t) &= n_1 \cos(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \delta) \\ &= \text{Re}(\bar{n}_1 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}) \end{aligned}$$

\bar{n}_1 definiert die Amplitude und Anfangsphase und heisst komplexe Amplitude. Hier ist $\bar{n}_1 = n_1 e^{i\delta}$. Als Übung: prüfen Sie, dass mit:

$$\begin{aligned} n_1(\vec{x}, t) &= \text{Re}[\bar{n}_1 \cdot e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}] = n_1 \cdot \cos(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \delta) \\ \frac{\partial n_1}{\partial t} &= n_1 \text{Re}[-i\omega e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \delta)}] = \omega n_1 \cdot \sin(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \delta) \end{aligned}$$

Dann gilt auch, z.B. (siehe die Übungen):

$$\begin{aligned} \nabla n_1 &= -n_1 \vec{k} \cdot \sin(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \delta) = \text{Re}[i\bar{n}_1 \vec{k} \cdot e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}] = i\vec{k} n_1 \\ \nabla \cdot \vec{E}_1 &= i\vec{k} \cdot \vec{E}_1 \\ \nabla \times \vec{E}_1 &= i\vec{k} \times \vec{E}_1 \end{aligned}$$

Dann erhalten wir:

$$\begin{aligned} i\vec{k} \cdot \vec{E}_1 &= e(n_{1i} - n_{1e})/\epsilon_0 \\ \nabla \times \vec{E}_1 &= i\vec{k} \times \vec{E}_1 = i\omega \vec{B}_1 = -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{B}_1 &= i\vec{k} \times \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_1 - \frac{i\omega}{c^2} \vec{E}_1 \\ \nabla \cdot \vec{B}_1 &= i\vec{k} \cdot \vec{B}_1 = 0 \end{aligned}$$

Aus $\vec{k} \times \vec{E}_1 = \omega \vec{B}_1$ und $i\vec{k} \cdot \vec{E}_1 = e(n_{1i} - n_{1e})/\epsilon_0$ sehen wir, dass die transversale Komponente ($\perp \vec{k}$) von \vec{E}_1 mit der zeitlichen Änderung von \vec{B}_1 verknüpft ist, während eine von Null verschiedene Ladungsdichte eine longitudinale Komponente ($\parallel \vec{k}$) zulässt. \vec{B}_1 ist immer senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.

Weitere Umformungen ergeben:

$$\begin{aligned} \vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}_1) &= \omega \vec{k} \times \vec{B}_1 = -i\omega \left(\mu_0 \vec{j}_1 - \frac{i\omega \vec{E}_1}{c^2} \right) \\ \vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}_1) - k^2 \vec{E}_1 &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_1 - i\omega \mu_0 n_0 e(\vec{u}_{1i} - \vec{u}_{1e}) \end{aligned}$$

Man kommt nicht ohne die Kontinuitäts- und Bewegungsgleichungen weiter:

$$-i\omega n_{1k} + i\vec{k} \cdot (n_0 \vec{u}_{1k}) = 0 \quad \text{oder} \quad \omega n_{1k} = n_0 \vec{k} \cdot \vec{u}_{1k}$$

$$-i\omega m_k n_0 \vec{u}_{1k} = q_k n_0 (\vec{E}_1 + \vec{u}_{1k} \times \vec{B}_0) - i\vec{k} n_{1k} \left(\frac{\gamma_k p_{0k}}{n_{0k}} \right) - m_k n_0 \nu_k \vec{u}_{1k}$$

Die Zustandsgleichung

$$\frac{i\vec{k} p_1}{p_0} = \gamma_k \frac{i\vec{k} n_1}{n_0}$$

mit $p_0 = \gamma k_B T n_0$ wurde hier benutzt.

Dies ergibt (mit $\nu_k = 0$)

$$-i\omega m_k n_0 \vec{u}_{1k} = q_k n_0 (\vec{E}_1 + \vec{u}_{1k} \times \vec{B}_0) - i\vec{k} n_{1k} (\gamma_k k_B T_k)$$

oder mit $n_k = \frac{n_0}{\omega} \vec{k} \cdot \vec{u}_{1k}$ aus der Kontinuitätsgleichung,

$$\omega m_k \vec{u}_{1k} = i q_k (\vec{E}_1 + \vec{u}_{1k} \times \vec{B}_0) + \frac{\gamma_k k_B T_k}{\omega} \vec{k} (\vec{k} \cdot \vec{u}_{1k})$$

Man erhält ein System von Gleichungen für \vec{E}_1 , \vec{u}_{1e} , \vec{u}_{1i} (mit $\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = \vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}) - k^2 \vec{E}$)

$$\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}_1) - k^2 \vec{E}_1 + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_1 = -i\mu_0 n_0 e \omega (\vec{u}_{1i} - \vec{u}_{1e})$$

$$\vec{u}_{1i} = \frac{ie}{\omega m_i} (\vec{E}_1 + \vec{u}_{1i} \times \vec{B}_0) + \frac{\gamma_i k_B T_i}{\omega^2 m_i} \vec{k} (\vec{k} \cdot \vec{u}_{1i})$$

$$\vec{u}_{1e} = -\frac{ie}{\omega m_e} (\vec{E}_1 + \vec{u}_{1e} \times \vec{B}_0) + \frac{\gamma_e k_B T_e}{\omega^2 m_e} \vec{k} (\vec{k} \cdot \vec{u}_{1e})$$

$$i\vec{k} \cdot \vec{E}_1 = \frac{e}{\epsilon_0} (n_{1i} - n_{1e}) = \frac{n_0 e}{\omega \epsilon_0} \vec{k} \cdot (\vec{u}_{1i} - \vec{u}_{1e})$$

Zunächst vereinfachen wir mit dem Fall $\vec{B}_0 = 0$. Dann gilt

$$\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}_1) - k^2 \vec{E}_1 + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_1 = -i\mu_0 n_0 \omega e (\vec{u}_{1i} - \vec{u}_{1e})$$

$$\vec{u}_{1i} = \frac{ie}{\omega m_i} \vec{E}_1 + \frac{\gamma_i k_B T_i}{\omega^2 m_i} \vec{k} (\vec{k} \cdot \vec{u}_{1i})$$

$$\vec{u}_{1e} = -\frac{ie}{\omega m_e} \vec{E}_1 + \frac{\gamma_e k_B T_e}{\omega^2 m_e} \vec{k} (\vec{k} \cdot \vec{u}_{1e})$$

$$i\vec{k} \cdot \vec{E}_1 = \frac{e}{\epsilon_0} (n_{1i} - n_{1e}) = \frac{n_0 e}{\omega \epsilon_0} \vec{k} \cdot (\vec{u}_{1i} - \vec{u}_{1e})$$

Transversale Wellen

Bei transversalen Wellen sind die Orientierungen der Vektoren wie für elektromagnetischen Wellen in Vakuum. \vec{E}_1 und \vec{B}_1 sind orthogonal zu \vec{k} und zu einander.

Da $\vec{k} \cdot \vec{E}_1 = 0$, folgt auch, dass $\vec{k} \cdot (\vec{u}_{1i} - \vec{u}_{1e}) = 0$.

Man erhält

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)\vec{E}_1 = -\frac{i\omega}{\epsilon_0 c^2} n_0 e (\vec{u}_{1i} - \vec{u}_{1e})$$

und

$$\vec{u}_{1i} - \vec{u}_{1e} = \frac{ie}{\omega} \vec{E}_1 \left(\frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_i}\right) + \frac{\vec{k}}{\omega^2} \left[\frac{\gamma_i k_B T_i}{m_i} \vec{k} \cdot \vec{u}_{1i} - \frac{\gamma_e k_B T_e}{m_e} \vec{k} \cdot \vec{u}_{1e} \right]$$

Der letzten Term im Ausdruck für $\vec{u}_{1i} - \vec{u}_{1e}$ ist parallel zu \vec{k} und es wird angenommen, dass $\vec{E}_1 \perp \vec{k}$. Dieser Term trägt dann für transversalen Wellen nicht bei in

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)\vec{E}_1 = -\frac{i\omega}{\epsilon_0 c^2} n_0 e (\vec{u}_{1i} - \vec{u}_{1e})$$

und man erhält

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)\vec{E}_1 = -\frac{i\omega}{\epsilon_0 c^2} n_0 e \frac{ie}{\omega m_e} \vec{E}_1 = \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \vec{E}_1$$

Hier wurde auch $\left(\frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_i}\right) \approx \frac{1}{m_e}$ angenommen.

Somit erhält man die Dispersionsrelation

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2$$

Wenn $\omega \gg \omega_p$ ist dies fast das Gleiche wie in Vakuum. Wenn die Frequenz vergleichbar mit der Plasmafrequenz ist, wird ein elektrisches Feld durch die Elektronen abgeschirmt. Die Welle kann sich nicht mehr fortpflanzen, wenn $\omega < \omega_p$. Dies ist ein Cutoff.

Der Brechungsindex ist gegeben durch $v_\phi = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n_B} = \frac{c}{\sqrt{1 - \omega_p^2/\omega^2}}$

Für $\omega > \omega_p$ gilt $v_\phi > c$ aber $v_g < c$

Wenn $\omega < \omega_p$ wird k (und n_B) imaginär.

Die Amplitude der Welle fällt exponentiell ab:

$$\vec{E} \propto e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} \propto e^{-\text{Im}(k)\vec{x}}$$

Die Welle dringt bis zur "Hautdicke" $\simeq 1/\text{Im}(k)$ ein und wird reflektiert. (Totalreflexion). ω_p heisst Cutoff-Frequenz.

Dieses Verhalten kann zur Diagnostik verwendet werden (Interferometrie, z.B.). Auch leben Funkamateure davon. Zur Erinnerung:

$f_p = \omega_p/2\pi \approx 9\sqrt{n_0}$ Hz, wenn n_0 in m^{-3} gemessen wird. In der Ionosphäre ist die Dichte $n_0 \simeq 10^{12} m^{-3}$. Dann ist f_p ungefähr 9 MHz.

Radiowellen (Mittelwellen) haben Frequenzen im Bereich (500-1600) kHz und werden an der Ionosphäre reflektiert.

Aus diesem Grund erfordert Kommunikation mit Satelliten höhere Frequenzen.

Longitudinale Wellen

In diesem Fall ist nun $\vec{k} \cdot \vec{E}_1 \neq 0$.

Wenn auch \vec{k} parallel zu \vec{E}_1 ist (schräg ist auch möglich) gilt $\vec{k} \times \vec{E}_1 = 0$.

Daher gilt auch $\vec{B}_1 = 0$ Es handelt sich um *Elektrostatischen Wellen*. In Vakuum ist so etwas nicht ausbreitungsfähig.

Nur die Komponenten aller Vektoren parallel zu \vec{k} sind interessant. Diese liefern

$$\begin{aligned}\vec{E}_1 &= -\frac{ien_0}{\epsilon_0\omega}(\vec{u}_{1,i} - \vec{u}_{1,e}) \\ \omega\vec{u}_{1e} &= -\frac{ie}{m_e}\vec{E}_1 + \frac{\gamma_e k_B T_e}{m_e\omega}\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{u}_{1e}) \\ \omega\vec{u}_{1i} &= \frac{ie}{m_i}\vec{E}_1 + \frac{\gamma_i k_B T_i}{m_i\omega}\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{u}_{1i})\end{aligned}$$

($\vec{k} \cdot (\vec{u}_{1i} - \vec{u}_{1e}) \neq 0$). Auch kann man $\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{u}_1) = k^2\vec{u}_1$ schreiben.

Es ist möglich, aber nicht physikalisch transparent, die allgemeine Dispersionsrelation hinzuschreiben.

(a) Wenn die Frequenz hoch genug ist ($\omega \gg \Omega_{p,i}$) sind die Ionen fast unbeweglich über eine Oszillationsperiode ($u_{1i}) \simeq 0$. Dann gilt

$$\begin{aligned}\vec{E}_1 &= \frac{ien_0}{\epsilon_0\omega}\vec{u}_{1e} \\ \vec{u}_{1,e}\left(1 - \frac{\gamma_e k_B T_e k^2}{m_e\omega^2}\right) &= -\frac{ie}{\omega m_e}\vec{E}_1 = \frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m_e \omega^2}\vec{u}_{1e} = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\vec{u}_{1e} \\ \frac{\omega_p^2}{\omega^2} &= 1 - \frac{\gamma_e k_B T_e}{m_e\omega^2}k^2 = 1 - \gamma_e \omega_p^2 \lambda_D^2 \frac{k^2}{\omega^2}\end{aligned}$$

Da

$$\lambda_D^2 = \frac{k_B T_e \epsilon_0}{n_0 e^2} = \frac{k_B T_e}{m_e \omega_p^2}$$

und man erhält die Dispersionsrelation

$$\omega^2 = \omega_p^2(1 + \gamma_e \lambda_D^2 k^2)$$

Da nur Komponenten parallel zu \vec{k} betrachtet werden, ist die Elektronenbewegung effektiv adiabatisch und ein-Dimensional. Dann kann man $\gamma_e = 3$ setzen.

Für sehr grossen Wellenlängen ($\lambda_D k \ll 1$) reduziert sich alles auf die bekannten Plasma-Oszillationen. Sonst heissen sie Langmuirwellen.

(b) Ein anderer interessanter Grenzfall sind Schallwellen, wobei diese nun an das elektrische Feld koppeln, wegen der Anwesenheit geladener Teilchen.

Wir haben gesehen, dass $\lambda_D^2 = \frac{\epsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_0} = \frac{k_B T_e}{m_e \omega_p^2}$. Dann ist

$$\begin{aligned}u_{1i} &= \omega - \frac{\gamma_i k_B T_i}{\omega m_i}k^2 = \frac{ie}{m_i}E_1 \\ &= \frac{m_e}{m_i}\left(-\omega + \frac{\gamma_e k_B T_e}{\omega m_e}k^2\right)u_{1e} \\ &\simeq \frac{\gamma_e k_B T_e}{\omega m_i}k^2 u_{1e}\end{aligned}\tag{1}$$

Auch gilt:

$$\begin{aligned}
\frac{ieE_1}{m_i} &= \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m_i \omega} (u_{1i} - u_{1e}) \\
&= \frac{\Omega_{pi}^2}{\omega} (u_{1i} - u_{1e}) \\
&= \frac{k_B T_e}{m_i \lambda_D^2 \omega} (u_{1i} - u_{1e})
\end{aligned} \tag{2}$$

Eliminieren u_{1e} aus den Gleichungen 1 und 2 liefert:

$$\begin{aligned}
\gamma_e k^2 u_{1e} &= \frac{1}{\lambda_D^2} (u_{1i} - u_{1e}) \\
u_{1i} &= u_{1e} (1 + \lambda_D^2 k^2 \gamma_e) \\
u_{1i} - u_{1e} &= u_{1i} \left(1 - \frac{1}{1 + \gamma_e \lambda_D^2 k^2} \right) = \frac{\gamma_e \lambda_D^2 k^2}{1 + \gamma_e \lambda_D^2 k^2} u_{1i}
\end{aligned}$$

Verglichen mit Ionen sind Elektronen sehr beweglich und $\gamma_e \simeq 1$ für niedrige Frequenzen. Endlich erhält man

$$\begin{aligned}
\frac{k_B T_e}{m_i \lambda_D^2 \omega} (u_i - u_e) &= \frac{k_B T_e}{m_i \omega} \frac{k^2}{1 + \lambda_D^2 k^2} u_{1i} \\
&= u_{1i} \left[\omega - \frac{\gamma_i k_B T_i}{m_i \omega} k^2 \right]
\end{aligned}$$

und dann

$$\omega^2 = \left[\frac{k_B T_e}{m_i (1 + \lambda_D^2 k^2)} + \frac{\gamma_i k_B T_i}{m_i} \right] k^2$$

Für $k\lambda_D$ klein (grosse Wellenlänge $\lambda \gg \lambda_D$) ist die Schallgeschwindigkeit durch die Elektronen modifiziert.

$$c_s^2 = \frac{\gamma_i k_B T_i}{m_i} \Rightarrow \frac{k_B (\gamma_i T_i + T_e)}{m_i}$$

Andere Betrachtungsweise: Dielektrische Eigenschaften

Eine andere Betrachtungsweise für Elektronenwellen in einem kalten Plasma (T_e sei sehr klein und $\lambda_D \rightarrow 0$).

Die Poissongleichung lautet

$$i\epsilon_0 \vec{k} \cdot \vec{E}_1 = e(n_{1i} - n_{1e})$$

Die Kontinuitätsgleichung lautet (hier nur für die Elektronen)

$$\omega n_{1e} = n_0 \vec{k} \cdot \vec{u}_{1e}$$

Die Bewegungsgleichung (auch nur für die Elektronen) ist

$$-i\omega \vec{u}_{1e} = \frac{-e}{m_e} \vec{E}_1$$

Konsistenz erfordert (mit Vernachlässigung der Ionen):

$$\omega n_{1e} = n_0 \vec{k} \cdot \vec{u}_{1e} = n_0 \left(\frac{-ie}{m_e \omega} \right) \vec{k} \cdot \vec{E}_1$$

$$i \epsilon_0 \vec{k} \cdot \vec{E}_1 = -e n_{1e} = \frac{ie^2 n_0}{m_e \omega^2}$$

oder:

$$i \vec{k} \cdot \vec{E}_1 \left(\epsilon_0 - \frac{n_0 e^2}{\omega^2 m_e} \right) = 0$$

Wenn wir verlangen, dass das Plasma ein Medium ohne wirklich freien Ladungen sei, entspricht dies

$$\nabla \cdot \vec{D} = i \vec{k} \cdot \epsilon \vec{E} = 0$$

mit $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_R$. Dies ist erfüllt mit

$$\epsilon_R = 1 - \frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m_e \omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

als dielektrische Konstante.

Plasmaoszillationen entsprechen einer Nullstelle in der dielektrischen Konstante.

Betrachten wir wieder die transversalen Wellen, hätten wir den Brechungsindex

$n_B = \sqrt{1 - \omega_p^2/\omega^2} = \sqrt{\epsilon_R}$, wie in der klassischen Elektrodynamik. Der Cutoff (mit totaler Reflexion) entspricht einer Nullstelle in ϵ_R .

Wenn das B-Feld ungleich Null ist, wird ϵ_R ein Tensor.

Interferometrie

Der Brechungsindex hängt von der Plasmadichte ab

$$n_B = 1/\sqrt{1 - \omega_{pe}^2/\omega^2}$$

Nur Wellen mit einer Frequenz größer als die Plasmafrequenz können sich ausbreiten. Dies ist sehr nützlich für Plasmadiagnostik.

Für Laborplasmen gilt: $n \approx (10^{16} - 10^{22}) m^{-3}$, und daher $f_p = \omega_p/(2\pi) \approx 9 \sqrt{n_0}$ Hz

Dies erfordert Quellen mit $\lambda \approx 300$ cm bis 3 mm. Meistens nimmt man Wellenlängen im Bereich 3 cm bis 2 mm. (f im Bereich 10 GHz bis 150 GHz). Dies liefert ein Klystron (z.B.). Ein sehr einfacher Aufbau wird in Abb. 8 gezeigt.

Man ändert die Quellenfrequenz: Falls $\omega_p > \omega$ irgendwo im Plasma, kommt nichts an im Detektor. Dies ist nicht sehr genau; ausserdem stellt es nur fest, ob die Spitzendichte grösser oder kleiner ist als die kritische Dichte

$$n_c = \frac{\epsilon_0 m_e}{e^2} \omega^2$$

(die Dichte bei der $\omega = \omega_p$).

Die Interferometrie (Phasenverschiebung auf Grund Dispersion ist nützlicher).

Man benutze hierfür eine Michaelson-Interferometer für Mikrowellen (Abb. 9).

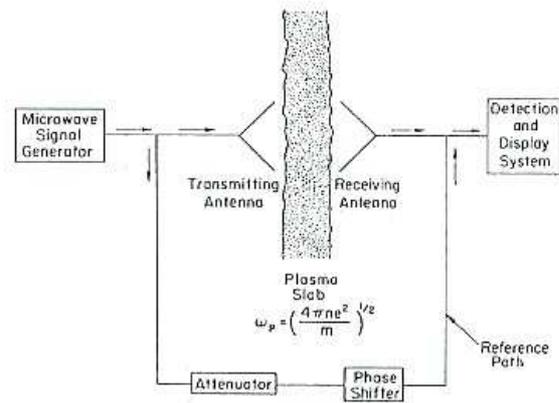


Figure 8: Schematic of a simple microwave system to measure the plasma density by determination of plasma cutoff, that is, $\omega = \omega_p$

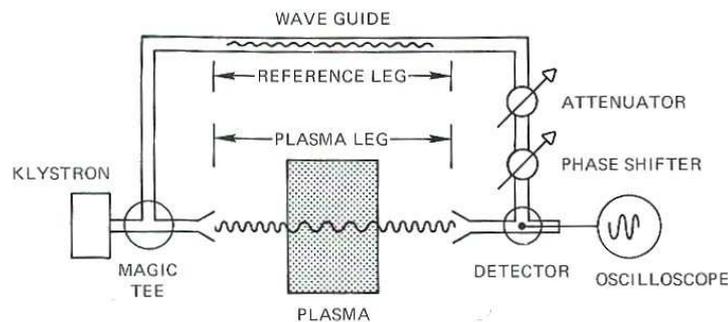


Figure 9: Michelson Interferometer for plasma density measurement.

Das Signal aus der Quelle wird geteilt und ein Teil wird durch das Plasma gesendet, der anderen Teil durch einen "reference leg". Ohne Plasma wird alles so justiert, dass die Amplituden beider Signale gleich sind und um 180° gegeneinander Phasenverschoben sind. Dann ist das Signal gleich Null und mit dem Plasma ändert sich die Phase einer der Wellen. Daraus folgt, dass ein Signal im Detektor beobachtet wird.

Die Phasenverschiebung im Plasma:

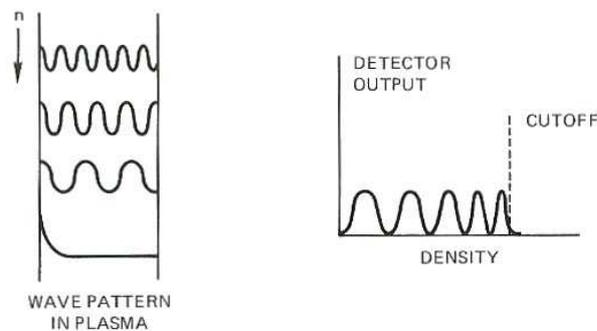


Figure 10: The observed signal from an interferometer (right) as the plasma density is increased and the corresponding wave patterns in the plasma (left).

$$\Delta\phi = \frac{\omega}{c} \int_{x_0}^{x_0+L} (1 - n_B(x)) dx$$

mit $n_B(x) = 1/\sqrt{1 - \omega_p^2/\omega^2}$. Falls die Dichte gleichförmig im Plasma ist, gilt

$$\Delta\phi = \frac{\omega}{c}(1 - n_B)L = \frac{2\pi L}{\lambda}(1 - n_B)$$

Als Beispiel zeigt Abb. 11 die Ergebnisse eines Experiments zur Messung des zeitlichen Verlaufs der Plasmadichte.

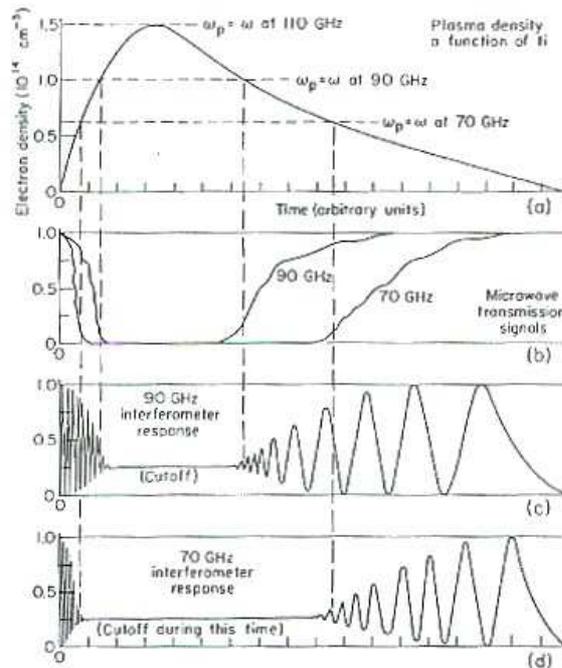


Figure 11: Transient plasma event. Microwave transmission and interferometer responses, using square-law video detectors at 70 GHz and 90 GHz, are shown in relation to the assumed electron density variation with time (after M.A. Heald and C.B. Wharton, Plasma Diagnostics with Microwaves, Wiley, New York, 1965).

1.3 Wellen in Anwesenheit eines Magnetfeldes

Ein äusseres Magnetfeld ermöglicht weitere Ausbreitungsmoden. Sowohl die Richtung des Magnetfeldes als auch die Richtung der Wellenausbreitung spielen eine Rolle. Und die Dielektrizitätzkonstante wird ein Tensor.

Wir werden uns beschränken (für die Klassifikation) auf den Fällen $\vec{k} \perp \vec{B}_0$ oder $\vec{k} \parallel \vec{B}_0$ (Für den Allgemeinen Fall siehe Chen, Anhang B oder Kapitel 4.9 von Krall+Trivelpiece)

Wie immer zeige das Magnetfeld in die z-Richtung und mit den Maxwell-Gleichungen folgt:

$$\begin{aligned}
\vec{k} \times \vec{E}_1 &= \omega \vec{B}_1 \\
\vec{k} \cdot \vec{B}_1 &= 0 \\
\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}_1) &= \vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}_1) - k^2 \vec{E}_1 = \omega \vec{k} \times \vec{B}_1 \\
&= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} - i\mu_0 n_0 e \omega (\vec{u}_{1i} - \vec{u}_{1e}) \\
\vec{u}_{1e} &= -\frac{ie}{\omega m_e} (\vec{E}_1 + \vec{u}_{1e} \times \vec{B}_0) + \frac{\gamma_e k_B T_e}{\omega^2 m_e} \vec{k} (\vec{k} \cdot \vec{u}_{1e}) \\
\vec{u}_{1i} &= +\frac{ie}{\omega m_i} (\vec{E}_1 + \vec{u}_{1i} \times \vec{B}_0) + \frac{\gamma_i k_B T_i}{\omega^2 m_i} \vec{k} (\vec{k} \cdot \vec{u}_{1i})
\end{aligned}$$

Wir nehmen an, dass das Plasma kalt sei ($T_i = T_e = 0$) (Temperatur abhängige Terme beeinflussen nur longitudinale Wellen)

Neu ist im wesentlichen die Gyrobewegung. Für die Elektronen gilt (mit $\omega_c = |e|B_0/m_e$)

$$\begin{aligned}
-i\omega u_{1x} &= -\frac{e}{m} E_{1x} - \omega_c u_{1y} \\
-i\omega u_{1y} &= -\frac{e}{m} E_{1y} + \omega_c u_{1x} \\
-i\omega u_{1z} &= -\frac{e}{m} E_{1z}
\end{aligned}$$

für die Ionen das Gleiche mit $\omega_c \Rightarrow -\Omega_c = -|e|B_0/m_i$ und $-\frac{eE_1}{m_e} \Rightarrow +\frac{eE_1}{m_i}$

Die z-Komponente ist klar. Wir müssen nach u_{1x} , u_{1y} lösen und einsetzen in $\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}_1)$
Dies liefert eine Matrix Gleichung.

Ergebnis:

$$\begin{aligned}
(\omega^2 - \omega_c^2) u_x &= -\frac{e}{m} (\omega_c E_y + i\omega E_x) \\
(\omega^2 - \omega_c^2) u_y &= -\frac{e}{m} (i\omega E_y - \omega_c E_x)
\end{aligned}$$

Ohne die Allgemeinheit zu verlieren, können wir \vec{k} in die x-z-Ebene nehmen: $k_y = 0$

$$\begin{aligned}
\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}_1) - k^2 \vec{E}_1 &= \begin{pmatrix} k_x(\vec{k} \cdot \vec{E}_1) - k^2 \cdot E_{1x} \\ -k^2 E_{1y} \\ k_z(\vec{k} \cdot \vec{E}_1) - k^2 \cdot E_{1z} \end{pmatrix} \\
\text{soll} &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_1 + \frac{i e \omega n_0}{c^2 \epsilon_0} (\vec{u}_{1e} - \vec{u}_{1i}) \\
&= -\frac{\omega^2}{c^2} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \frac{i e \omega n_0}{c^2 \epsilon_0} \begin{pmatrix} -\frac{e}{m(\omega^2 - \omega_c^2)} (i\omega E_x + \omega_c E_y) \\ -\frac{e}{m(\omega^2 - \omega_c^2)} (i\omega E_y - \omega_c E_x) \\ -\frac{e}{m} \left(\frac{E_z}{-i\omega} \right) \end{pmatrix} \\
&= -\frac{\omega^2}{c^2} \begin{pmatrix} E_x - \frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{E_x - i\omega_c / \omega E_y}{\omega^2 - \omega_c^2} \\ E_y - \frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{E_y + i\omega_c / \omega E_x}{\omega^2 - \omega_c^2} \\ E_z - \frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m_e \omega^2} \cdot E_z \end{pmatrix} = -\frac{\omega^2}{c^2} \begin{pmatrix} \epsilon_1 & -i\epsilon_2 & 0 \\ i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

wobei (hier wurde die Ionenbewegung vernachlässigt)

$$\begin{aligned}
\epsilon_1 &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \\
\epsilon_2 &= -\frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right) \\
\epsilon_3 &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}
\end{aligned}$$

Betrachtungsweise

$$\omega \vec{k} \times \vec{B}_1 = \frac{-i\omega^3}{\epsilon_0 e^2} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{-\omega^3}{c^2} \overleftrightarrow{\epsilon}_R \cdot \vec{E}_1$$

Die dielektrische "Konstante" ist ein Tensor. Als Matrix kann man schreiben:

$$\overleftrightarrow{\epsilon}_R = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & -i\epsilon_2 & 0 \\ i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}$$

Man definiere: $\vec{n}_B = \frac{c\vec{k}}{\omega}$ ($n_x = ck_x/\omega$, $n_y = 0$, $n_z = ck_z/\omega$).

Wenn θ der Winkel zwischen \vec{k} und \vec{B} ist, gilt $k_x = k \sin \theta$, $k_z = k \cos \theta$. Dann gilt

(Anmerkung: $n_x^2 + n_z^2 = n_B^2 = c^2 k^2 / \omega^2$)

$$\begin{aligned} \overleftarrow{\epsilon}_R \cdot \vec{E} &= \begin{pmatrix} -n_x n_z E_z + n_z^2 E_x \\ +n^2 E_y \\ -n_x n_z E_x + n_x^2 E_z \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} n^2 \cos^2 \theta E_x - n^2 \sin \theta \cos \theta E_z \\ n^2 E_y \\ n^2 \sin^2 \theta E_z - n^2 \sin \theta \cos \theta E_x \end{pmatrix} = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \begin{pmatrix} \cos^2 \theta E_x - \sin \theta \cos \theta E_z \\ E_y \\ \sin^2 \theta E_z - \sin \theta \cos \theta E_x \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Im Allgemeinen hängt die Dispersionsrelation stark von θ ab. Die Gleichungen sind immer lösbar, aber kompliziert.

Wir betrachten hier nur die speziellen Fälle $\theta = 0$ (Ausbreitung $\parallel \vec{B}_0$) oder $\theta = \pi/2$ (Ausbreitung $\perp \vec{B}_0$).

1.3.1 Elektrostatische Wellen

$\vec{k} \parallel \vec{E}_1$ und deshalb ist $\vec{B}_1 = 0$. $\overleftarrow{\epsilon}_R \cdot \vec{E} = 0$, da $\vec{k} \times \vec{E}_1 = 0$.

Dann für \vec{k} , \vec{E}_1 in die z-Richtung gibt es Oszillationen mit $\omega = \omega_p$, wie gehabt (wenn das Plasma warm ist, erhält man Langmuir Wellen). Für \vec{k} und \vec{E}_1 in die x-Richtung ($\perp \vec{B}_0$) muss $\epsilon_1 E_1 = 0$, oder $\epsilon_1 = 0$. Dies ist wieder eine Oszillation mit

$$\omega = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_p^2} = \omega_h$$

ω_h heisst obere Hybridfrequenz. Anschaulich (s. Abb.12): Es gibt Bereiche, in dem die

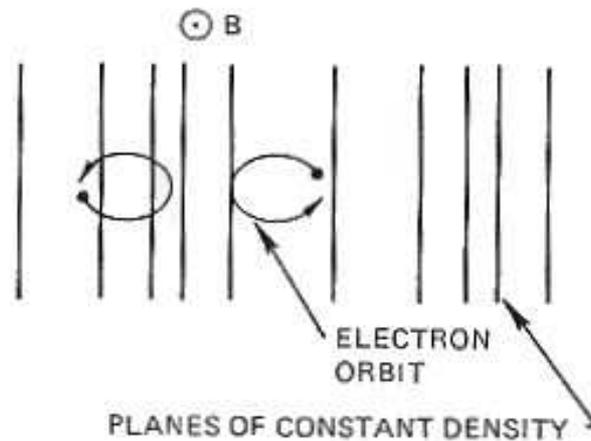


Figure 12: Motion of electrons in an upper hybrid oscillation.

Elektronendichte komprimiert, bzw verdünnt wird (relativ zur Ionendichte) und die Elektronenbahnen werden elliptisch.

Sowohl die Lorenz-Kraft als auch die elektrostatische Kraft funktionieren als rückwirkende Kräfte. Die Frequenz wird höher als bei einfachen Plasmaoszillationen.

Experimente:

Eine Messung der Absorption von Mikrowellen, die durch eine Gasentladung in Richtung senkrecht zu \vec{B}_0 geschickt werden. Man ändert die Dichte ($n_0 \propto$ den Entladungsstrom und kann so kontrolliert werden) oder B_0 .

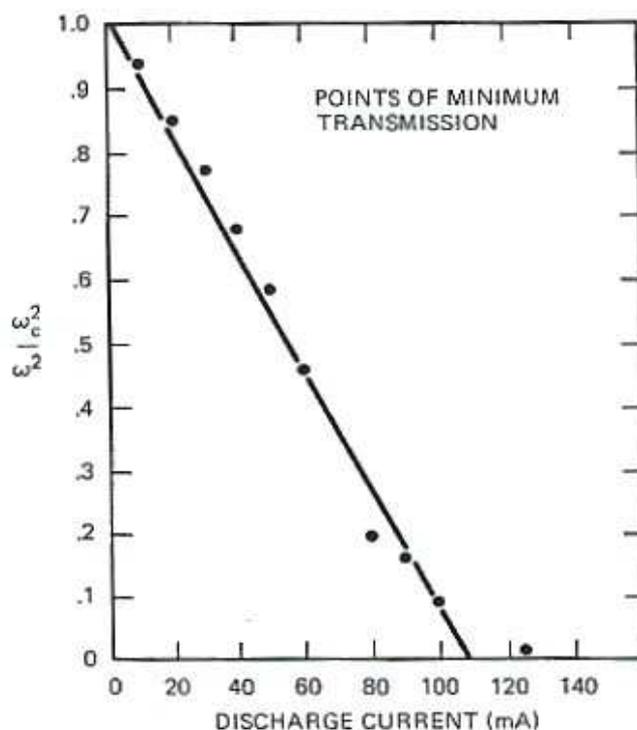


Figure 13: Results of an experiment to detect the existence of the upper hybrid frequency by mapping the conditions for maximum absorption (minimum transmission) of microwave energy sent across a magnetic field. The field at which this occurs (expressed as f_c^2/f^2) is plotted as a function of the discharge current (proportional to the plasma density). From R.S. Harp, *Proceedings of the Seventh International Conference on Phenomena in Ionized Gases*, Belgrade, 1965.

In einem Plot von f_c^2/f^2 gegen n_0 sieht man die erwarteten linearen Abhängigkeit.

$$\frac{\omega_c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 1 - \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m \omega^2}$$

1.3.2 Elektromagnetische Wellen

Die Gleichungen lauten:

$$\begin{pmatrix} k^2 - k_x^2 & 0 & -k_x k_z \\ 0 & k^2 & 0 \\ -k_x k_z & 0 & k^2 - k_z^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \frac{\omega^2}{c^2} \begin{pmatrix} \epsilon_1 & -i\epsilon_2 & 0 \\ i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

1.3.2.1 Ausbreitung $\perp \vec{B}_0$

$\vec{k} \times \vec{B}_0$; $k_z = 0$, $k = k_x$. Dann gilt ($n^2 = c^2 k^2 / \omega^2$):

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & -i\epsilon_2 & 0 \\ i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

Die Gleichungen für $\vec{E}_1 \perp \vec{B}_0$ und $\vec{E}_1 \parallel \vec{B}_0$ entkoppeln.

Die O-Welle (ordinary wave)

hat $\vec{E}_1 \parallel \vec{B}_0$

$$n^2 E_z = \epsilon_3 E_z \\ \vec{E}_1 \parallel \vec{B}_0 \quad \text{und} \quad n^2 = \epsilon_3$$

Deshalb wird die Dispersionsrelation

$$\omega^2 - \omega_p^2 = c^2 k^2$$

wie für ein nichtmagnetisiertes Plasma. Dies war zu erwarten, da die Bewegungsgleichung für u_z B_0 nicht enthält.

Diese Welle heisst "O-Welle" (Ordinary wave).

Die Terminologie kommt aus der Kristalloptik, Im Gegensatz ist aber die "Ordinary" Wave gerade die, die nicht vom Magnetfeld beeinflusst wird.

Die X-Welle (extraordinary wave)

hat $\vec{E}_1 \perp \vec{B}_0$

$$n^2 \begin{pmatrix} 0 \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 E_x - i\epsilon_2 E_y \\ i\epsilon_2 E_x + \epsilon_1 E_y \end{pmatrix}$$

Deswegen gilt

$$\epsilon_1 E_x = i\epsilon_2 E_y$$

und

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} E_y = n^2 E_y = i\epsilon_2 E_x + \epsilon_1 E_y = \left(-\frac{\epsilon_2^2}{\epsilon_1} + \epsilon_1\right) E_y$$

Die X-Welle ist weder transversal noch longitudinal, ist aber elliptisch polarisiert (im Plasma).

Nun ist

$$E_y = -\frac{i\epsilon_1}{\epsilon_2} E_x$$

und deshalb kann man schreiben

$$E_x = \text{Re}(E_{x0} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}) = E_{x0} \cos(kx - \omega t) \\ E_y = \text{Re}\left(-\frac{i\epsilon_1}{\epsilon_2} E_{x0} e^{i(kx - \omega t)}\right) = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} E_{x0} \sin(kx - \omega t)$$

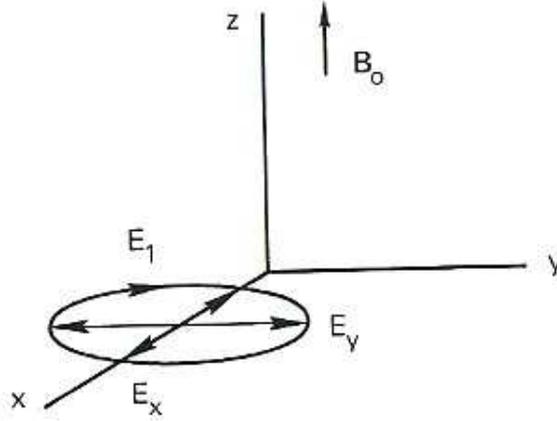


Figure 14: The E-vector of an extraordinary wave is elliptically polarized. The components E_x and E_y oscillate 90° out of phase, so that the total electric field vector \vec{E}_1 has a tip that moves in an ellipse once in each wave period.

Die Welle wird longitudinal polarisiert, wenn $\epsilon_1 = 0$ ($\omega = \omega_h$!)

Nun, die Dispersionsrelation (wenn die Ionen vernachlässigt werden):

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = n^2 = \frac{\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2}{\epsilon_1} = \frac{c^2}{v_\phi^2}$$

$$\epsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} = \frac{\omega^2 - \omega_h^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \quad \text{und} \quad \epsilon_2 = -\frac{\omega_c}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}$$

Dann ist

$$\begin{aligned} n^2 &= \frac{\omega^2 - \omega_h^2}{\omega^2 - \omega_c^2} - \frac{(\omega_c^2/\omega^2)\omega_p^4}{(\omega^2 - \omega_c^2)(\omega^2 - \omega_h^2)} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} - \frac{(\omega_c^2/\omega^2)\omega_p^4}{(\omega^2 - \omega_c^2)(\omega^2 - \omega_h^2)} \\ &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \left[1 + \frac{\omega_c^2 \omega_p^2}{\omega^2(\omega^2 - \omega_c^2 - \omega_p^2)} \right] \\ &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \left[\frac{\omega^2(\omega^2 - \omega_c^2) - \omega_p^2(\omega^2 - \omega_c^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_c^2 - \omega_p^2)} \right] \\ &= 1 - \frac{\omega_p^2(\omega^2 - \omega_p^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_p^2 - \omega_c^2)} \end{aligned}$$

Cutoff und Resonanz

Der Brechungsindex ist

$$n = \frac{c}{v_\phi} = \frac{ck}{\omega} = \frac{c}{\lambda f}$$

$n \rightarrow 0$ entspricht Cutoff - Die Welle kann sich nicht ausbreiten $k \rightarrow 0$, $\lambda \rightarrow \infty$: Sie wird reflektiert.

$n \rightarrow \infty$ entspricht Resonanz: Die Welle wird absorbiert.

In beiden Fällen gilt $v_g \rightarrow 0$.

Wir sehen, dass die X-Welle eine Resonanz bei $\omega = \omega_h$ hat. Diese ist genau die Frequenz, an der Plasmaoszillationen $\perp \vec{B}_0$ stattfinden. $\omega \simeq \omega_h$.

Die X-Welle regt die obere Hybridoszillation an und wird elektrostatisch.

Wir suchen nun die Cutoffs: $k = 0$ bedeutet, dass

$$\begin{aligned}\omega^2(\omega^2 - \omega_h^2) &= \omega_p^2(\omega^2 - \omega_p^2) \\ \omega^2(\omega^2 - \omega_p^2 - \omega_c^2) &= \omega_p^2(\omega^2 - \omega_p^2) \\ \omega^2 - \omega_p^2 &= \pm \omega \omega_c \\ \omega &= \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} + \omega_p^2} \pm \frac{\omega_c}{2}\end{aligned}$$

Wir nehmen die Konvention $\omega > 0$; dann wird die Ausbreitungsrichtung vom Vorzeichen von k und nicht von ω bestimmt.

Wir nennen diese Frequenzen (Der Grund wird später bekannt):

$$\begin{aligned}\omega_R &= \frac{1}{2} \left[\omega_c + \sqrt{(\omega_c^2 + 4\omega_p^2)} \right] \\ \omega_L &= \frac{1}{2} \left[-\omega_c + \sqrt{(\omega_c^2 + 4\omega_p^2)} \right]\end{aligned}$$

Die Dispersionskurve ist ein Plot von ω gegen k , oder (wie hier in Abb. 15)

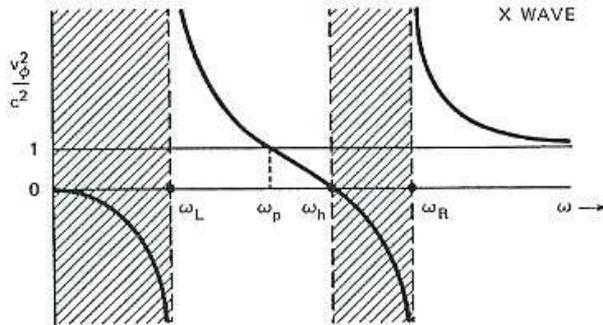


Figure 15: Dispersion of the extraordinary wave, as seen from the behavior of the phase velocity with frequency. The wave does not propagate in the shaded regions.

$$n^{-2} = \omega^2 / (c^2 k^2) = v_\phi^2 / c^2 \text{ gegen } \omega$$

Angenommen, dass eine Welle eindringt, mit ω_c fest. Wenn die Dichte erhöht wird, werden ω_R , ω_L , und ω_p auch grösser (Äquivalent: ω wird kleiner).

Bei $\omega \gg \omega_p$ gilt $n \rightarrow 1$. Wenn ω kleiner wird, wird v_ϕ grösser bis $\omega = \omega_R$. Für $\omega_R > \omega > \omega_h$ gilt $v_\phi^2 < 0$ und die Welle kann sich nicht ausbreiten (Cutoff).

Für $\omega_h > \omega > \omega_L$ kann die Welle sich wieder ausbreiten. ($v_\phi/c = 1$ für $\omega = \omega_p$) Es gibt wieder ein Cutoff bei $\omega = \omega_L$.

Für die O-Welle ist die Dispersionskurve einfacher, mit einem Cutoff bei $\omega = \omega_p$ (Abb. 16).

Anwendung: Plasma Heizung in einem Tokamak oder Stellarator

Absorption tritt bei Resonanzen auf z.B. Elektronen oder Ionenzyklotron Frequenz und auch bei der oberen Hybridfrequenz. Dagegen gibt es bei einem Cutoff nur Reflexion.

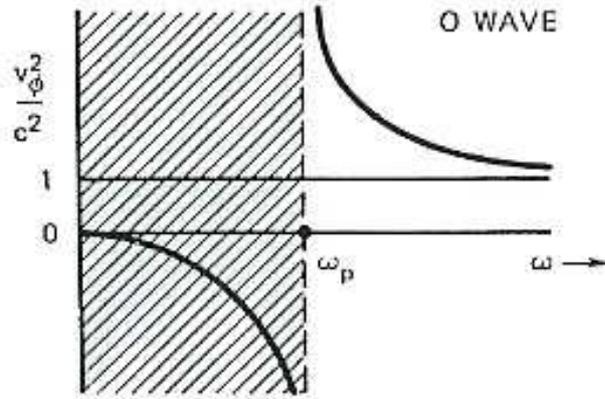


Figure 16: Dispersion of the ordinary wave, as seen from the behavior of the phase velocity with frequency. The wave does not propagate in the shaded regions.

Typische Parameter: $n_e \sim 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $B_0 \sim 4 \text{ T}$. Dann ist $\omega_c = 2\pi (112 \text{ GHz})$,

$\omega_p = 2\pi(9\sqrt{10})(10^9 \text{ Hz}) \simeq 2\pi (28 \text{ GHz})$ und für die Ionen, $\Omega_c \simeq 60 \text{ MHz}$.

In der Plasmakammer wird mittels einer Antenne eine Welle abgestrahlt, die in einem Hochfrequenzgenerator erzeugt und auf einer Übertragungsleitung der Plasmaanordnung zugeführt wird. Beim Auftreffen der Welle auf der Plasmaoberfläche oder tieferliegende Plasmazonen sind folgende Effekte möglich:

- Reflexion (bei einer Cutoff-Frequenz)
- Absorption
- Ausbreitung
- Konversion in anderen Wellenformen

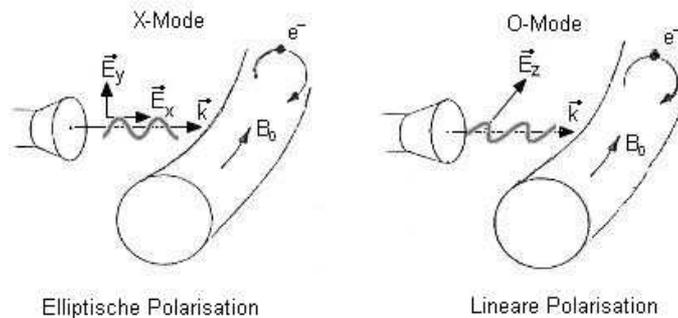


Figure 17: Ausbreitung senkrecht zum Magnetfeld

In einem Torus ist Einstrahlung parallel zum Magnetfeld problematisch, da die Geometrie nicht sehr gut dazu geeignet ist (Abb. 18).

Deshalb erfolgt die Einstrahlung senkrecht zum Magnetfeld (Abb. 17).

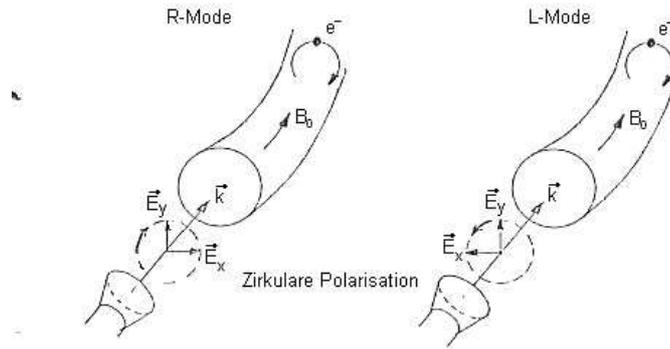


Figure 18: Ausbreitung parallel zum Magnetfeld

ECRH in einem inhomogenen Plasma

Bisher für die Theorie wurde angenommen, dass das Plasma homogen und kalt war ($\nabla p \simeq 0$). Realistischer ist, dass die Dichte und auch B_0 vom Ort abhängig sind (Abb. 19a,b).

Dementsprechend wird auch das Dispersionsverhalten ortsabhängig. Die Konsequenzen sind

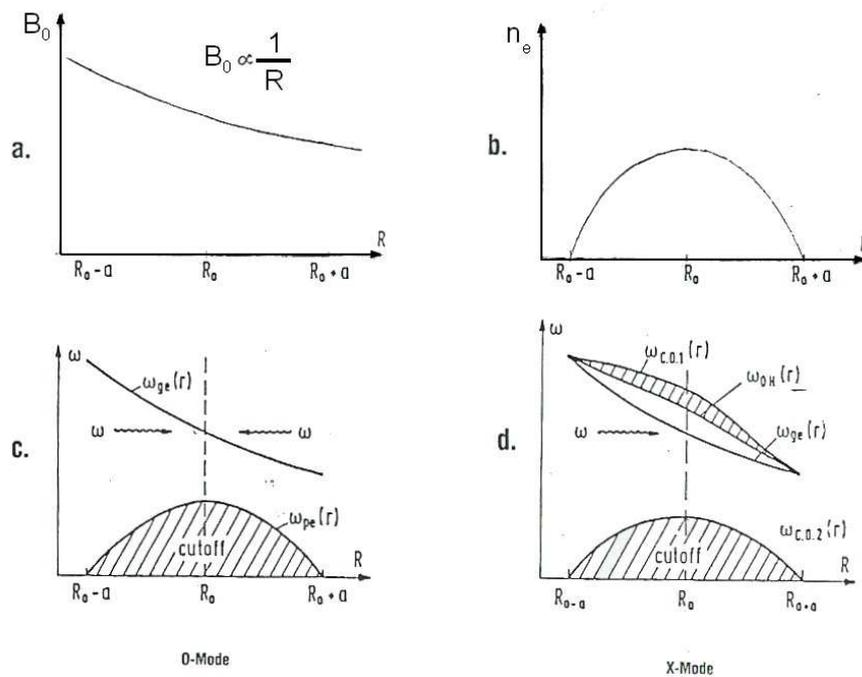


Figure 19: ECRH in einem inhomogenen Plasma

in Abb. 19c,d für die O-mode und X-Mode dargestellt.

Die Elektronenzyklotronresonanzfrequenz fällt proportional mit dem Magnetfeld zu grösseren Radien hin ab. Daher lässt sich die Absorptionszone durch geeignete Wahl der Frequenz wählen.

In einem nicht zu dichten Plasma mit $\omega_p(R_0) < \omega_c(R_0)$ wird das Zentrum R_0 von der O-Welle mit $f = f_{ce}(R_0)$ erreicht - am besten von ausserhalb des Torus.

Die X-Welle erreicht die zentrale Resonanzzone nur wenn sie von der Torusinnenseite eingestrahlt wird (Platzprobleme!)

Bei der ECRH spielt auch die Elektronentemperatur eine wichtige Rolle - ein kaltes Plasma ($T_e < 100 \text{ eV}$) wird von der O-Welle ohne viele Abschwächung durchdrungen. Bei $T_e > 1 \text{ keV}$ und grösseren Plasmaabmessungen wird die O-Welle fast völlig absorbiert in einem Durchgang. Bei niedrigen Temperaturen findet auch eine ausreichende Absorption für die X-Welle statt, die jedoch mit zunehmender Dichte abnimmt. Die nicht bei der Zyklotronresonanz absorbierte und weiterlaufende Welle trifft auf die obere hybride Resonanz ($\omega = \omega_h$), wobei Modenkonversion und Rücktransport in die Zyklotronresonanzzone mit weiterer Absorption geschehen kann.

Für ECRH in modernen Tokamaks oder Stellaratoren braucht man eine sehr hohe Leistung ($\sim \text{MWatt}$) für Frequenzen über 100 GHz. Solche Quellen existierten (für lange Pulse $> 100 \text{ ms}$) bis vor Kurzem nicht. Eine vielversprechende Möglichkeit ist das *Gyrotron*. Dazu werden im FZK Versuche zu einer entsprechenden Entwicklung verfolgt.

Der prinzipielle Aufbau eines Gyrotrons ist in Abb.20 dargestellt. Elektronen aus einer

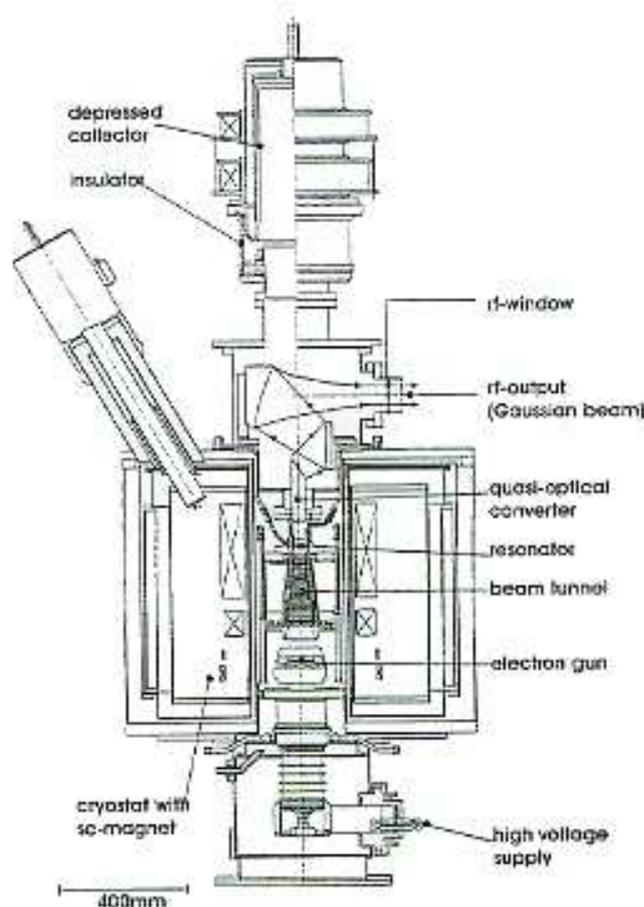


Figure 20: Prinzipieller Aufbau eines Gyrotrons.

speziellen Quelle (Kanone) werden auf relativistischen Energien (typisch ist 70-90 keV) beschleunigt. Da sie aus einer ringförmigen Kathode emittiert werden, ergibt sich ein Hohlstrahl, in dem die Elektronen Geschwindigkeitskomponenten senkrecht und parallel zum axialen Mag-

netfeld haben. Sie spiralen um die Magnetfeldlinien mit der Zyklotronfrequenz $\omega_c = eB/m\gamma$ ($\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$). Die Wechselwirkung mit dem HF-Feld im Resonator (das Gebiet in dem die Wechselwirkung stattfindet, wo das elektrische Feld senkrecht auf \vec{B}_0 ist), verursacht eine Modulation der Gyrofrequenz, die auch von der kinetischen Energie eines Elektrons abhängt. Aus der Änderung der Bahn wird eine sog. "Bunching" in der Gyrophase erreicht, und die Elektronen, die vorher gleich verteilt Energie aufnahmen und abgaben, können dazu gebracht werden, netto Energie an eine "Eigenmode" des Resonators abzugeben. Die so erzeugten elektromagnetische Strahlung wird in ein Gauss'schen Strahl umgewandelt und verlässt das Gyrotron durch ein dielektrisches Vakuumfenster. Die verbrauchte Elektronen werden in einem Kollektor absorbiert.

Gyrotronen werden auch am FZK in Kooperation mit der Industrie für W7-X in Greifswald (u. Anderen) entwickelt. Dort ist die gewünschte Frequenz 140 GHz. Um eine Leistung von 1 MW zu erreichen wird eine Beschleunigungsspannung von ca. 80 kV bei einem Strahlstrom von 40 A benutzt. Das Magnetfeld beträgt 5,55-5,56 T. Eine Ausgangsleistung von mehr als 800 kW bei einem Pulsdauer von 30 Minuten wurde erreicht. Natürlich müssen alle Komponenten gekühlt werden.

Die Wellenausbreitung in einem Stellarator wurde in einem alten Experiment von W7AS in Garching bei $B=2,5$ T und $f_c=70$ GHz untersucht. (V. Erckmann, et al., *ECRH Experiments with 140 and 70 GHz at the W7-AS Stellarator*, International School of Plasma Physics, High Power Microwave Generation and Applications, Varenna, Italy, E. Sindoni und C. Wharton, eds., pp. 511-518, Editrice Compositori, 1991).

Plasma build-up and heating was achieved at W7-AS with up to 800 kW of microwave power at 70 GHz with pulse lengths up to 1,7 s. The microwaves were launched from the low magnetic field side in the equatorial plane of the torus, where four beams (each with 200 kW) are combined at a single poloidal plane and can be steered independently by movable launching mirrors. A separate 140 GHz beam with 100 kW power and a pulse length up to 0,4 s is transmitted to the plasma by a mirror system which allows for an arbitrary choice of the wave polarization (linear or elliptical). Die Cutoff-Frequencies are:

1. 1. Harmonic

- O-Wave

$$f_c > f_p = \omega_p/2\pi$$

$$n_e < 6 \cdot 10^{19} m^{-3} \text{ for } f_c = 70 \text{ GHz}$$

- X-Wave

Cutoff für launch from the low-field side

$$2\omega_{Cutoff} = \omega_c + \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_p^2}$$

2. 2. Harmonic

- O-Wave $2f_c > f_p = \omega_p/2\pi$

$$n_e < 24 \cdot 10^{19} m^{-3} \text{ for } f_c = 140 \text{ GHz}$$

- X-Wave $4\omega_c > \omega_c + \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_p^2}$
- $$2\omega_c^2 > \omega_p^2 \text{ means } n_e < 12 \cdot 10^{19} m^{-3}$$

The experiments were performed with perpendicular launch in the X-mode polarization at the second harmonic. The power deposition and electron heating near the cutoff density was investigated by adding the 140 GHz beam to an NBI sustained target plasma with a slow

density ramp, which was adjusted to include both the 70 GHz and the 140 GHz cutoff density during the discharge. A microwave pulse train consisting of a 50 ms, 70 GHz pulse in O-mode polarization, followed by a 80 ms, 140 GHz pulse in X-mode polarization with a lower power was launched at different time intervals during the discharge from shot to shot. The line

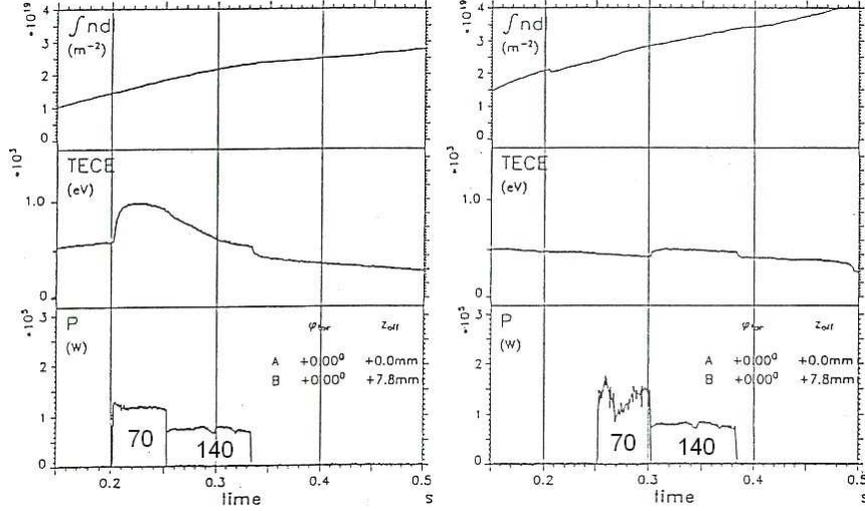


Figure 21: Line integrated density $\int n_e dl$ (top), central electron temperature T_{ece} (middle) and microwave input power P (bottom) as a function of time for NBI sustained discharges with a density ramp. The microwave pulse train consists of a 70 GHz pulse followed by a 140 GHz pulse. The electron density is below (left) and above (right) the 70 GHz cutoff density during ECRH.

integrated density (top), central electron temperature (middle) and microwave input power (bottom) are shown as a function of time for two cases in Fig. 21. On the left hand side the density remains below the 70 GHz cutoff density during the time interval and a central temperature rise is observed during both pulses. The temperature drop during ECRH is due to the density increase and to the stepwise power reduction in the transition from 70 GHz to 140 GHz. On the right hand side the density is well above the 70 GHz cutoff, but still below the 140 GHz cutoff density. There is an electron temperature increase only during the 140 GHz pulse. These measurements confirmed the theoretical expectations.

1.3.2.2 Wellenausbreitung parallel zu \vec{B}_0

$k = k\hat{z}$ und deshalb

$$k(\vec{k} \cdot \vec{E}) - k^2 \vec{E} = -\frac{\omega^2}{c^2} \begin{pmatrix} \epsilon_1 & -i\epsilon_2 & 0 \\ i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = -k^2 \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{pmatrix}$$

Für den Fall $E_z \neq 0$ muss $\epsilon_3 = 0$ und wir erhalten eine longitudinale Plasmoszillation mit $\omega = \omega_p$. Dieser Fall ist bekannt.

Für den Fall $E_z = 0$ müssen wir nach E_x, E_y lösen. Dies liefert

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = n^2 \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & -i\epsilon_2 \\ i\epsilon_2 & \epsilon_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$$

oder

$$\begin{pmatrix} n^2 - \epsilon_1 & i\epsilon_2 \\ -i\epsilon_2 & n^2 - \epsilon_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = 0$$

Eine nichttriviale Lösung existiert nur wenn die Determinante Null wird. Zur Erinnerung:

$$\epsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} = \frac{\omega^2 - \omega_h^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \quad \text{und} \quad \epsilon_2 = -\frac{\omega_c}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}$$

Dann ist

$$(n^2 - \epsilon_1)^2 - \epsilon_2^2 = 0$$

so dass

$$n^2 - \epsilon_1 = \pm \epsilon_2$$

Zwei Lösungen:

$$n^2 = \epsilon_1 + \epsilon_2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} - \frac{\omega_p^2 \omega_c / \omega}{\omega^2 - \omega_c^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_c)}$$

Dann gilt

$$\epsilon_2(E_x + iE_y) = 0 \quad \Rightarrow \quad E_x = -iE_y$$

und deswegen

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \cos(kz - \omega t) \\ E_y &= -E_0 \sin(kz - \omega t) \end{aligned}$$

(R-Welle)

und

$$n^2 = \epsilon_1 - \epsilon_2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \left(1 - \frac{\omega_c}{\omega}\right) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + \omega_c)}$$

Dann gilt

$$\epsilon_2(E_x - iE_y) = 0 \quad \Rightarrow \quad E_x = +iE_y$$

und deswegen

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \cos(kz - \omega t) \\ E_y &= +E_0 \sin(kz - \omega t) \end{aligned}$$

(L-Welle)

Beide sind zirkular polarisiert. Die R-Welle dreht sich rechts, die L-Welle links (relativ zu

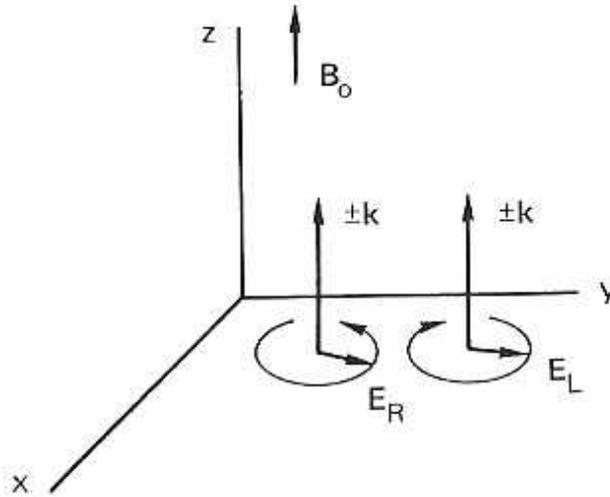


Figure 22: Geometry of right- and left-handed circularly polarized waves propagating along \vec{B}_0

\vec{B}_0). Man sieht dies am besten bei $z=0$. Dann gilt für die R-Welle $E_x = E_0 \cos(\omega t)$, $E_y = E_0 \sin(\omega t)$ und für die L-Welle $E_x = E_0 \cos(\omega t)$, $E_y = -E_0 \sin(\omega t)$.

Man erhält eine Resonanz ($k \rightarrow \infty, n \rightarrow \infty$) für die R-Welle wenn die Frequenz gleich ω_{ce} ist (Elektronenzyklotron Frequenz). Das elektrische Feld ist immer parallel zur Elektronenbahn. Dies wäre günstig für die Elektronenheizung, wenn das Geometrie-Problem lösbar wäre.

Die L-Welle hat keine Resonanz für $\omega > 0$, solange die Ionen vernachlässigt werden. Wenn man die Ionenbewegung berücksichtigen würde, gäbe es eine Resonanz bei $\omega = \Omega_c$.

Bei einem Cutoff ($k \rightarrow 0, n \rightarrow 0$) gibt es Reflexion. Die Frequenz findet man von

$$\omega^2 = \frac{\omega \omega_p^2}{(\omega \mp \omega_c)} \quad \begin{pmatrix} R \\ L \end{pmatrix} \text{ - Welle}$$

Dann ist

$$\begin{aligned} \omega(\omega \mp \omega_c) &= \omega_p^2 \\ \omega^2 - \omega_p^2 &= \pm \omega \omega_c \end{aligned}$$

Dies ist auch die Gleichung für den Cutoff der X-Welle. Die Lösungen sind dann auch gleich

$$\omega_{L,R} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_p^2} \pm \omega_c \right]$$

(Daher auch die Namen). die Dispersionskurven für beide Moden sind in Abb. 23 dargestellt.

Die L-Welle ist der O-Welle ähnlich, ausser dass die Cutoff-Frequenz bei ω_L statt bei ω_p ist. Die R-Welle hat einen Cutoff-Bereich für $\omega_c < \omega < \omega_R$, kann sich aber wieder ausbreiten (mit $v_\phi < c$), bei Frequenzen kleiner als ω_c . In diesem Frequenzbereich heisst die Welle Whistler-Mode. Dies ist wichtig bei der Untersuchung von Phänomenen in der Ionosphäre.

Experimentelle Konsequenzen

Whistler (Pfeifen)- Moden

Man betrachte den Fall $\omega_{ci} < \omega \ll \omega_{ce}$ für die rechts polarisierten Welle (nur diese ist hier

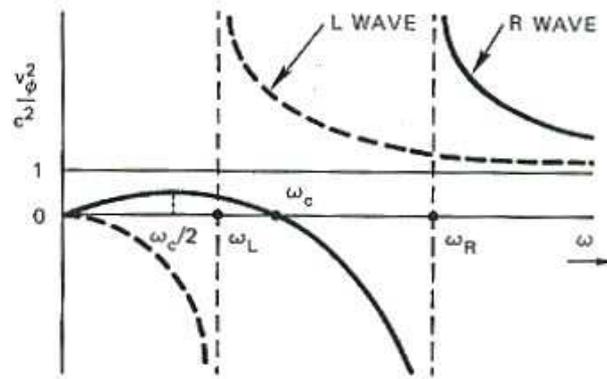


Figure 23: v_ϕ^2/c^2 vs ω diagrams for the L- and R-waves. the regions of nonpropagation ($v_\phi^2/c^2 < 0$) have not been shaded, since they are different for the two waves.

Ausbreitungsfähig). Man findet in diesem Bereich eine sehr starke Dispersion. (n_B hängt von ω ab)

Im Magnetfeld der Erde breiten sich solche Wellen im hörbaren Frequenzbereich ($f = (20 - 15000)$ Hz) aus. Ein Blitzschlag in einer Hemisphäre erzeugt einen Puls, der sich entlang der Erdfeldlinien als R-Wellen fortpflanzt (Abb. 24). Verschiedene Frequenzen

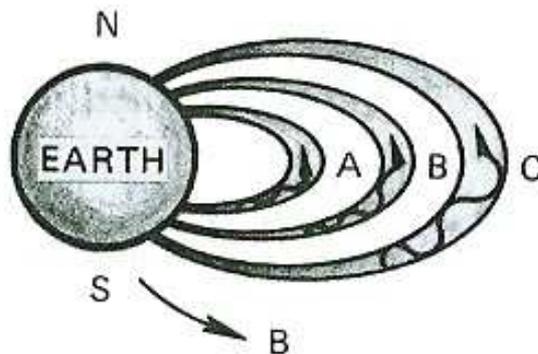


Figure 24: Diagram showing how whistlers are created. The channels A, B, and C refer to the signals so marked in Fig. 25

kommen zu verschiedenen Zeiten an.

Für die Frequenzen in der Ionosphäre gilt:

$$f_{pe} \simeq (1-10) \text{ MHz}$$

$$B_{Erde} \approx 10 - 30 \mu T \text{ und damit } f_{ce} \simeq (280-840) \text{ kHz} \ll f_{pe}.$$

Dann gilt

$$n^2 = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega_c - \omega)}$$

$$\frac{ck_R}{\omega} = \sqrt{1 + \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega_c - \omega)}} \simeq \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega\omega_c}\right)^{1/2} \simeq \omega_p \sqrt{\frac{1}{\omega\omega_c}}$$

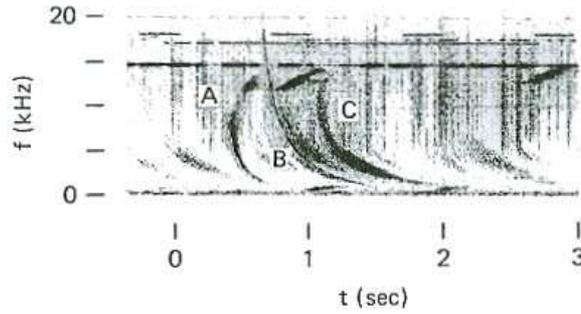


Figure 25: Actual spectrogram of whistler signals, showing the curvature caused by the low-frequency branch of the R-wave dispersion relation (Fig. 23). At each time t , the receiver rapidly scans the frequency range between 0 and 20 kHz, tracing a vertical line. The recorder makes a spot whose darkness is proportional to the intensity of the signal at each frequency. The downward motion of the dark spot with time then indicates a descending glide tone. (from D.L. Carpenter, *J. Geophys. Res.*, **71**, 693 (1966)).

oder

$$\omega \simeq c^2 k^2 \frac{\omega_c}{\omega_p^2}$$

$$\frac{v_\phi}{c} = \frac{\omega}{ck_R} \simeq \frac{\sqrt{\omega\omega_c}}{\omega_p}$$

$$\frac{v_g}{c} = \frac{1}{c} \frac{d\omega}{dk} = \frac{2\omega_c(ck)}{\omega_p^2} \simeq 2 \frac{v_\phi}{c}$$

v_ϕ und v_g sind beide $\propto \sqrt{\omega}$

Der Puls enthält eine breiten Frequenzband und wird verbreitet so, dass bei der Fortpflanzung durch die Ionosphäre die höheren Töne als erstes ankommen (Abb. 25).

Mit passenden Geräten wird dies als ein Pfeifen erfasst, dessen Tonhöhe tiefer wird. Es wurde während des ersten Weltkriegs entdeckt. Die Erklärung kam allerdings viel später.

Da die Pulsform und Zeitabhängigkeit der Frequenz einiges über die Eigenschaften der Ionosphäre liefern kann, werden diese Wellen auch für diesen Zweck genutzt.

Faraday Rotation

Dies ist eigentlich allgemeiner als nur Plasmaphysik. Es kommt auch in der Kristalloptik vor. Wenn eine ebene linearpolarisierte Welle sich parallel zum Magnetfeld (oder in einem anisotropen Medium) ausbreitet, wird die Polarisationssebene gedreht.

Die Ursache dafür sind die verschiedenen Dispersionen für die Rechts- und Linkshändigen Wellen. Diese haben dann unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten. In diesem Fall ist $v_{\phi R} > v_{\phi L}$

Eine linearpolarisierte Welle kann als Überlagerung von R- und L-Wellen mit der gleichen Frequenz betrachtet werden. Nach dem Durchgang durch das Plasma ist die Phase der L-Welle etwas weiter als die der R-Welle, weil sie mehr Zeit benötigt durch das Plasma. Um wieviel wird die Ebene gedreht?

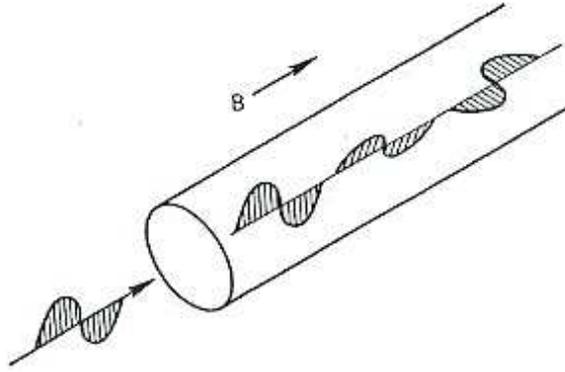


Figure 26: Faraday rotation of the plane of polarization of an electromagnetic wave propagating along \vec{B}_0 .

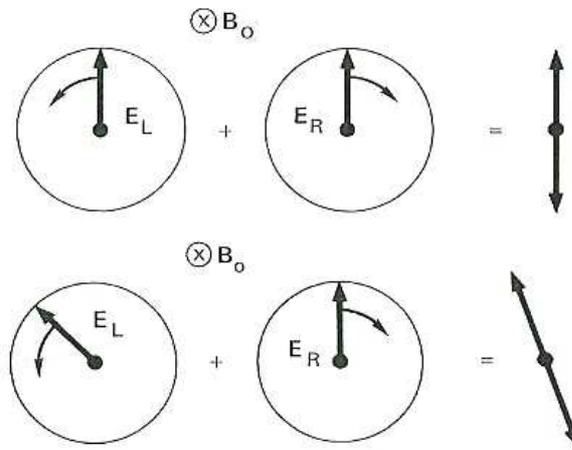


Figure 27: (top) A plane polarized wave as the sum of left- and right-handed circularly polarized waves. (bottom) After traversing the plasma, the L-wave is advanced in phase relative to the R-wave, and the plane of polarization is rotated.

Dies hängt von ω_p , ω_c ab. Quantitativer:

$$\begin{aligned}\vec{E}_R &= \text{Re} [(\hat{x} + i\hat{y})E_{1R} \cdot e^{i(k_R z - \omega t)}] \\ \vec{E}_L &= \text{Re} [(\hat{x} - i\hat{y})E_{1L} \cdot e^{i(k_L z - \omega t)}] \\ \vec{E} \cdot e^{i\omega t} &= \hat{x} (E_{1R} \cdot e^{ik_R z} + E_{1L} \cdot e^{ik_L z}) + i\hat{y} (E_{1R} \cdot e^{ik_R z} - E_{1L} \cdot e^{ik_L z})\end{aligned}$$

Da $k_R \neq k_L$ folgt, dass E_x/E_y von z abhängt.

Annahme: Bei $z=0$ sei \vec{E} in die x -Richtung (Wahl des Ursprungs der z -Achse). Dann gilt $E_{1R} = E_{1L}$ und

$$\begin{aligned}
\frac{E_x}{E_y} &= \frac{i [e^{ik_R z} - e^{ik_L z}]}{e^{ik_R z} + e^{ik_L z}} \\
&= \frac{i e^{i(k_R+k_L)z/2} [e^{i(k_R-k_L)z/2} - e^{-i(k-k_L)z/2}]}{e^{i(k_R+k_L)z/2} [e^{i(k_R-k_L)z/2} + e^{-i(k-k_L)z/2}]} \\
&= \frac{\sin((k_R - k_L)z/2)}{\cos((k_R - k_L)z/2)}
\end{aligned}$$

Die Polarisationssebene wird gedreht um den Winkel θ , mit

$$\tan \theta = \frac{E_y}{E_x} = \tan \left[(k_R - k_L) \frac{z}{2} \right]$$

Abschätzung von θ für hohe Frequenzen ($\omega \gg \omega_c$)

$$\begin{aligned}
c^2 k_R^2 &= \omega^2 + \frac{\omega_p^2 \omega}{\omega_c - \omega} \quad \rightarrow \quad \omega^2 - \omega_p^2 \\
c^2 k_L^2 &= \omega^2 - \frac{\omega_p^2 \omega}{\omega_c + \omega} \quad \rightarrow \quad \omega^2 - \omega_p^2 \\
c^2 (k_R^2 - k_L^2) &= \omega \omega_p^2 \left[\frac{1}{\omega_c - \omega} + \frac{1}{\omega_c + \omega} \right] \\
&= \frac{2\omega \omega_c \omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \simeq -\frac{2\omega_p^2 \omega_c}{\omega}
\end{aligned}$$

Der Unterschied ist klein, deshalb kann man die Näherung

$$c(k_R + k_L) \simeq 2\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}$$

machen. Wenn auch $\omega \gg \omega_p$ gilt, kann auch $c(k_R + k_L) \simeq 2\omega$ genommen werden. Für diesen Fall gilt (zu guter Näherung)

$$c(k_R - k_L) \simeq -\frac{2\omega_p^2 \omega_c}{\omega} \frac{1}{2\omega} = -\frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega^2}$$

mit

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

(λ = Wellenlänge des einfallenden Lichts)

Dann ist

$$k_R - k_L \simeq -\frac{\omega_p^2 \omega_c}{c} \left(\frac{\lambda}{2\pi c} \right)^2 = -\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m c^2} \cdot \frac{e B_0}{m c} \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right)^2$$

Zahlen: $\omega_p = 2\pi(9\sqrt{n_0} \text{ Hz})$ wenn n_0 in m^{-3}

$\omega_c = 2\pi(28 \times 10^9 B_0 \text{ Hz})$ wenn B_0 in T

$$\begin{aligned}
k_R - k_L &= -(2\pi)^3 \cdot 81 n_0 \cdot 28 \cdot 10^9 B_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{2\pi c}\right)^2 \frac{s^{-3}}{3 \cdot 10^8 m/s} \\
&= -\frac{2\pi(81)(28) \cdot 10^9}{27 \cdot 10^{24}} \lambda_0^2 n_0 B_0 m^{-1} = 5,28 \cdot 10^{-13} \lambda_0^2 n_0 B_0 m^{-1}
\end{aligned}$$

$$\theta \simeq \int \frac{(k_R - k_L) dz}{2} \simeq (2,64 \cdot 10^{-13}) \lambda_0^2 \int n(z) B(z) dz$$

(θ in Radian). Eine Anwendung:

Wenn sehr leistungsfähige Laser benutzt werden, um ein sehr dichtes Plasma zu erzeugen, entstehen oft sehr grosse Magnetfelder.

Man kann diese Felder mit Hilfe der Faraday Rotation messen. Die Frequenz des Lichtes muß höher sein, als die des Lasers, der das Plasma erzeugt hat, da die Plasmadichte oft die kritische Dichte für das erzeugende Licht erreicht. ($\omega_0 = \omega_p$ entspricht die kritische Dichte) Zahlen Beispiel mit $n \simeq 10^{27} m^{-3}$:

$$\begin{aligned}
f_p &= 9\sqrt{n_0} \text{Hz} = 28,5 \cdot 10^4 \text{GHz} \\
\lambda_{krit.} &= 1,06 \mu m
\end{aligned}$$

Die Weglänge beträgt $L = 30 \mu m$ und das eingestrahltete Licht habe

$$\begin{aligned}
\lambda &\simeq 0,53 \mu m \\
f_0 &= 5,66 \cdot 10^5 \text{ GHz} \\
\theta_{rot} &= \frac{180}{\pi} (2,64 \cdot 10^{-13} m)(30 \cdot 10^{-6} m)(10^{27}) m^{-3} \cdot B_0 (0,53 \cdot 10^{-6} m)^2 \\
&= (0,127 B_0) (\text{deg/Tesla})
\end{aligned}$$

Typischerweise ist $B_0 \sim 10\text{-}100 \text{ T}$!

1.4 Ionen Wellen (im kalten Plasma)

Man hat ähnliche Dispersionsrelationen aber nun sind die Elemente des dielektrischen Tensors gegeben durch

$$\begin{aligned}
\epsilon_1 &= 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} \\
\epsilon_2 &= -\frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce}}{\omega(\omega^2 - \omega_{ce}^2)} + \frac{\omega_{pi}^2 \omega_{ci}}{\omega(\omega^2 - \omega_{ci}^2)} \\
\epsilon_3 &= 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2}
\end{aligned}$$

mit $\omega_{pi}^2 = \omega_{pe}^2 m_e / m_i$ und $\omega_{ci} = \omega_{ce} m_e / m_i$

a) Ausbreitung parallel zum Magnetfeld: Wie immer ist $n^2 = \omega^2 / c^2 k^2 = v_\phi^2 / c^2$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_1 - n^2 & -i\epsilon_2 & 0 \\ i\epsilon_2 & \epsilon_1 - n^2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0$$

Entweder $E_z \neq 0$, was bedeutet, dass $\epsilon_3 = 0$, und $\omega^2 = \omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2 \simeq \omega_{pe}^2$ (die bekannte elektrostatische Oszillation) oder $E_x, E_y \neq 0$ und (wie vorher)

$$\begin{aligned} n^2 &= \epsilon_1 \pm \epsilon_2 \\ &= 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} \mp \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce}}{\omega(\omega^2 - \omega_{ce}^2)} \pm \frac{\omega_{pi}^2 \omega_{ci}}{\omega(\omega^2 - \omega_{ci}^2)} \\ &= 1 - \frac{\omega_{pe}^2(\omega \pm \omega_{ce})}{\omega(\omega^2 - \omega_{ce}^2)} - \frac{\omega_{pi}^2(\omega \mp \omega_{ci})}{\omega(\omega^2 - \omega_{ci}^2)} \end{aligned}$$

Oberes Vorzeichen: R-Welle: $n^2 = \epsilon_1 + \epsilon_2$, $E_x = -iE_y$

Unteres Vorzeichen: L-Welle: $n^2 = \epsilon_1 - \epsilon_2$, $E_x = +iE_y$

Resonanzen ($n \rightarrow \infty$) sind bei

$\omega = \omega_{ce}$ für die R-Welle, und bei $\omega = \omega_{ci}$ für die L-Welle.

Bevor man die Cutoffs und den genaueren Verlauf untersucht, lohnt es sich, den Ausdruck zu vereinfachen:

$$\begin{aligned} n^2 &= 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega \mp \omega_{ce})} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega(\omega \pm \omega_{ci})} \\ &= 1 - \left[\frac{\omega_{pe}^2(\omega \pm \omega_{ci}) + \omega_{pi}^2(\omega \mp \omega_{ce})}{\omega(\omega \mp \omega_{ce})(\omega \pm \omega_{ci})} \right] \end{aligned}$$

Nun ist $\omega_{pe}^2 \omega_{ci} = \frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m_e} \frac{eB}{m_i} = \omega_{pi}^2 \omega_{ce}$ und deswegen gilt

$$n^2 \simeq 1 - \frac{\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2}{(\omega \mp \omega_{ce})(\omega \pm \omega_{ci})}$$

Auch ist $\omega_{pi}^2 \ll \omega_{pe}^2$. Bei Cutoff gilt $n^2 = 0$ und dann ist

$$\begin{aligned} \omega^2 \mp \omega(\omega_{ce} - \omega_{ci}) - \omega_{ce} \omega_{ci} - \omega_{pe}^2 - \omega_{pi}^2 &= 0 \\ \omega &= \pm \frac{1}{2}(\omega_{ce} - \omega_{ci}) + \left[\frac{(\omega_{ce} + \omega_{ci})^2}{4} + \omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2 \right]^{1/2} \\ &\simeq \left[\frac{\omega_{ce}^2}{4} + \omega_{pe}^2 \right]^{1/2} \pm \frac{1}{2} \omega_{ce} = \begin{pmatrix} \omega_R \\ \omega_L \end{pmatrix} \end{aligned}$$

wie vorher. Im Grenzfall $\omega \ll \omega_{ci}$ mit

$$\omega_{pe}^2 = \frac{m_i}{m_e} \omega_{pi}^2, \text{ und } \omega_{ce} = \frac{m_i}{m_e} \omega_{ci}$$

gilt

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &\simeq 1 + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2} = 1 + \frac{n_0 m_i}{\epsilon_0 B^2} = 1 + \frac{c^2}{B^2 / \mu_0 \rho_m} = \frac{v_A^2 + c^2}{v_A^2} \\ \epsilon_2 &\rightarrow \frac{\omega_{pe}^2}{\omega \omega_{ce}} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega \omega_{ci}} = \frac{1}{\omega} \left[\frac{en_0}{\epsilon_0 B} - \frac{en_0}{\epsilon_0 B} \right] \simeq 0 \\ \epsilon_3 &\rightarrow -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \end{aligned}$$

mit dem Ergebnis

$$n^2 \simeq 1 - \frac{\omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2}{-\omega_{ce}\omega_{ci}} \simeq 1 + \frac{n_0 m_i}{\epsilon_0 B^2} = 1 + \frac{c^2}{v_A^2}$$

Dies entspricht eine Alfvén-Welle. Die Alfvén-Welle ist gleich für R und L Polarisation.

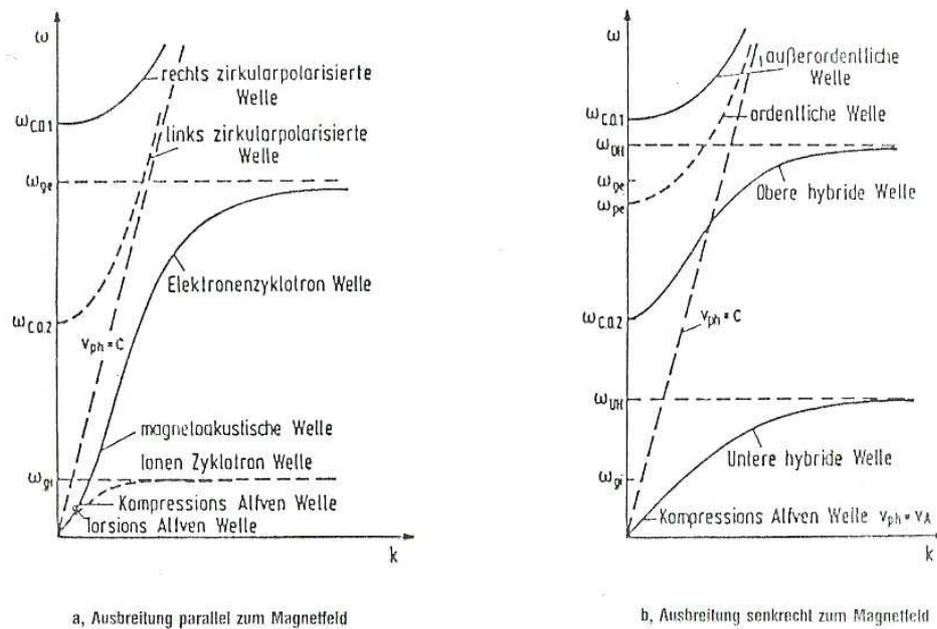


Figure 28: Dispersionskurven für Wellen in einem kalten homogenen Plasma.

Die R-Welle (Whistler) geht über in eine Alfvén-Welle. (Kapitel 7.3 vom Zohm Skript)
Die entsprechenden Dispersionskurven sind in Abb. 28 (links) dargestellt.
Ausbreitung \perp zum Magnetfeld

$$\begin{pmatrix} \epsilon_1 & -i\epsilon_2 & 0 \\ i\epsilon_2 & \epsilon_1 - n^2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 - n^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0$$

$E_z \neq 0$ liefert die gewöhnliche O-Welle.

$$n^2 = \epsilon_3 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \simeq 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}$$

Die X-Welle bei niedrigen Frequenzen ist kompliziert und wird aus Zeitgründen hier nicht behandelt.

Übungen

1. Berechnen Sie die Alfvén Geschwindigkeit in einem Bereich der Magnetosphäre wo $B=10^{-8}$ T und $n=10^8 \text{ m}^{-3}$. Nehmen Sie an, dass die Ionen fast alle Protonen sind.
2. Eine Wasserstoffentladung in einem 1-T Magnetfeld hat die Dichte $n=10^{16} \text{ m}^{-3}$. Wie gross ist die Alfvén Geschwindigkeit? Was würde passieren, falls man irgendwann findet, dass $v_A > c$? Kann es sein, dass Alfvénwellen sich mit Überlichtgeschwindigkeit ausbreiten?
3. Wie gross ist die (Zeitgemittelte) kinetische Energiedichte der Ionen in einer Alfvénwelle? Zeigen Sie, dass dies ist auch gleich

$$\frac{\langle B_1^2 \rangle}{2\mu_0}$$

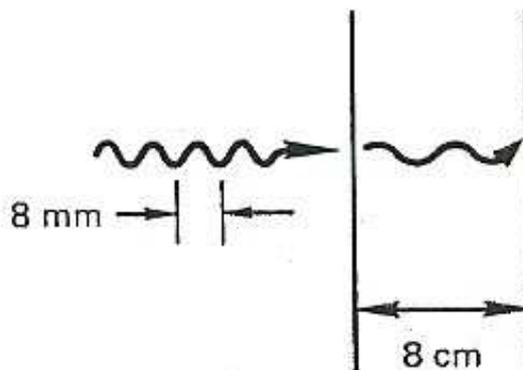
4. Zeigen Sie, dass

$$\nabla e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} = i\vec{k} e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}}$$

$$\nabla \cdot (\vec{E} e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}}) = i\vec{k} \cdot \vec{E} e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}}$$

$$\nabla \times (\vec{E} e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}}) = i\vec{k} \times \vec{E} e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}}$$

5. Ein Satellit, der in die Erdatmosphäre wieder eintritt, verliert die Kommunikation mit der Erdstation weil ein Plasma durch die Schockwelle vor dem Satellit erzeugt wird. Die Frequenz des Radios sei 300 MHz. Was ist die minimale Plasmadichte während des "Blackouts"?
6. Ein Mikrowelleninterferometer mit $\lambda=8$ mm wird eingesetzt, um ein plattenförmiges Plasma der Dicke 8 cm zu untersuchen (Bild). Die Plasmadichte sei gleichförmig und eine Verschiebung des Interferenzmusters um $1/10$ Wellenlänge wird beobachtet. Wie gross ist die Dichte? Zeigen Sie, dass bei kleinen Dichten, die Phasenverschiebung proportional zur Dichte ist.



7. Ein Pulsar emittiert elektromagnetische Strahlung in einem breiten Frequenzband. Diese wird mit einem Empfänger detektiert, der Frequenzen in der Nähe von 80 MHz empfängt. Das interstellare Plasma verursacht eine Dispersion in der Gruppengeschwindigkeit, so, dass während eines Pulses die Frequenz sich mit der Geschwindigkeit $df/dt = -5 \text{ MHz/s}$ ändert. Angenommen, das interstellare Magnetfeld sei vernachlässigbar und $\omega \gg \omega_p$, zeigen Sie, dass

$$\frac{df}{dt} \approx \frac{-c}{x} \frac{f^3}{f_p^2}$$

wobei f_p die Plasmafrequenz und x der Abstand des Pulsars sind.

Angenommen, die gemittelte Elektronendichte sei $2 \cdot 10^5 \text{ m}^{-3}$. Wie weit weg ist der Pulsar? (1 parsec = $3 \cdot 10^{16} \text{ m}$).

8. Berechnen Sie den Effekt von Stößen auf Plasma-Oszillationen, in dem Sie den Term $-mn\nu\vec{u}$ in die Elektronenbewegungsgleichung addieren und die Dispersionsrelation neu berechnen. Aus dem Vorzeichen von $\text{Im}(\omega)$, zeigen Sie, dass die Oszillation gedämpft wird.

9. Elektronenplasmawellen breiten sich in einem homogenen Plasma mit $B=0$, $n = 10^{16} \text{ m}^{-3}$, und $k_B T = 100 \text{ eV}$ aus. Die Frequenz ist 1.1 GHz. Wie gross ist die Wellenlänge?

10. Berechnen Sie den Effekt von Stößen auf (gewöhnliche) Plasma-Wellen, in dem Sie den Term $-mn\nu\vec{u}$ in die Elektronenbewegungsgleichung addieren und die Dispersionsrelation neu berechnen. Wie lautet die Dispersionsrelation? Unter der Annahme, dass ω reell sei, berechnen Sie die Dämpfungslänge $d = (\text{Im } k)^{-1}$. Zeigen Sie, dass im Fall $\nu/\omega \ll 1$,

$$d \simeq \frac{2c\omega^2}{\nu\omega_p^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^{1/2}$$

11. Es ist vorgeschlagen worden, ein Sonnenkraftwerk im Weltall zu bauen, indem grosse Mengen Solarzellen ständig Sonnenenergie sammeln. Die Energie soll auf die Erde mit Hilfe einer Mikrowellenstrahl der Wellenlänge 30 cm übertragen werden. Wir schätzen ab, wieviel Energie verloren geht als Wärme in der Ionosphäre. Diese wird als ein schwachionisiertes Gas mit konstanter Elektron-Neutral Stossfrequenz behandelt. Welcher Bruchteil der Energie geht verloren, wenn der Strahl durch 100 km Plasma propagiert? $n_n = 10^{16} \text{ m}^{-3}$, $n_e = 10^{11} \text{ m}^{-3}$ und $\langle\sigma v\rangle = 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}$.

12. Zeigen Sie, dass transversale Wellen nicht durch einen Druckgradient ∇p beeinflusst werden, wenn $\vec{k} \times \vec{B}_0 = 0$. (auch nicht wenn die Ionenbewegung berücksichtigt wird)

13. Wir betrachten die Dispersion der X-Welle.

a) Zeigen Sie, dass

$$\omega_L < \omega_p < \omega_h < \omega_R$$

b) Ein Mikrowelleninterferometer, der die O-Welle benutzt, kann nicht benutzt werden, wenn die Dichte grösser als die Cutoffdichte n_c ist. Um höhere Dichten zu messen, kann man die X-Welle benutzen. Berechnen Sie eine Formel für die kritische Dichte n_{cx} der X-Welle.

14. Links-zirkular polarisierte Wellen pflanzen sich fort entlang ein gleichförmiges Magnetfeld $\vec{B} = B_0 \hat{z}$ in ein Plasma dessen Dichte mit z zunimmt. Bei welcher Dichte wird Cutoff erreicht, wenn $f = 2.8$ GHz und $B_0 = 0.3$ T?

15. Zeigen Sie, dass die maximale Phasengeschwindigkeit einer "Pfeifenwelle" bei $\omega = \omega_c/2$ erreicht wird, und dass diese maximale Geschwindigkeit kleiner als die Lichtgeschwindigkeit ist.

16. Die Faraday-Rotation eines Mikrowellenstrahls der Wellenlänge 8 mm in einem homogenen Plasma wird gemessen. Das Magnetfeld ist 0.1 T. Die Polarisationssebene wird um 90° gedreht, wenn die Welle durch 1 m Plasma propagiert. Wie gross ist die Dichte?

17. Zeigen Sie, dass die Faraday-rotationswinkel (in Grad) einer linear polarisierten Welle, die sich entlang das Magnetfeld ausbreitet, ist gegeben durch

$$\theta = 1.5 \times 10^{-11} \lambda_0^2 \cdot \int_0^L B(z) n_e(z) dz$$

wobei λ_0 die Wellenlänge in Vakuum und L die Weglänge im Plasma ist. Nehmen Sie an, dass gilt: $\omega^2 \gg \omega_p^2, \omega_c^2$.

In einem Galaxie-Cluster mit $n=0,01 \text{ cm}^{-3}$ und $B=1 \text{ nT}$, berechnen Sie die Weglänge die ein Photon mit der Frequenz 10 GHz zurücklegen muss, bis die Anfangspolarisation in die x-Richtung vollständig in die y-Richtung gedreht ist. Sie können annehmen, dass die Dichte und das Magnetfeld gleichförmig seien.

18. Zeigen Sie, dass wenn die Ionenbewegung mitberücksichtigt wird, die Elemente des dielektrischen Tensors werden:

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} - \frac{\Omega_{pi}^2}{\omega^2 - \Omega_{ci}^2} \\ \epsilon_2 &= -\frac{\omega_{pe}^2 \omega_{ce}}{\omega(\omega^2 - \omega_{ce}^2)} + \frac{\Omega_{pi}^2 \Omega_{ci}}{\omega(\omega^2 - \Omega_{ci}^2)} \\ \epsilon_3 &= 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\Omega_{pi}^2}{\omega^2} \end{aligned}$$

mit $\Omega_{pi}^2 = \omega_{pe}^2 m_e / m_i$ und $\Omega_{ci} = \omega_{ce} m_e / m_i$

Wie werden die Dispersionsrelationen für Wellenausbreitung parallel zum Magnetfeld modifiziert? Geben Sie die Resonanzen und Cutoff-Frequenzen an. Zeigen Sie, dass im Grenzfall $\omega \ll \Omega_{ci}$ gilt: $\epsilon_1 \simeq 1 + \Omega_{pi}^2 / \Omega_{ci}^2 = (v_A^2 + c^2) / v_A^2$, $\epsilon_2 \simeq 0$ und $\epsilon_3 \simeq -\omega_{pe}^2 / \omega^2$

2 Die Plasmarandschicht

Alle Laborplasmen werden irgendwie eingeschlossen. In der Nähe der Wände (oder an anderen Oberflächen, die in Kontakt mit dem Plasma sind) bildet sich eine "Schicht" (Sheath) mit der Dicke einiger Debye-Längen aus, in der die sonst im Inneren des Plasmas geltenden Eigenschaften nur eingeschränkt gelten.

Z.B. Ausserhalb dieser Schicht gilt die Quasineutralität. Innerhalb der Schicht ist dies nicht mehr der Fall. Der Übergang von einem quasineutralen Plasma zur elektrostatischen Schicht findet am Rande der Schicht statt. Elektronen fliegen viel schneller als Ionen auf die Wand, die dadurch negativ geladen wird, da alle geladenen Teilchen, die eine Wand treffen, verloren gehen. Das resultierende Potential reduziert den Elektronenfluss und erhöht den Ionenfluss bis ein Gleichgewicht entsteht und der Strom verschwindet. Dann gilt: Elektronenfluss = Ionenfluss. In diesem Stationärenzustand ist das Potential ϕ_w negativ bezüglich dem Plasmapotential ϕ_P (s. Abb. 29).

Diese Potentialänderung findet in einem Gebiet der Dicke einiger λ_D statt.

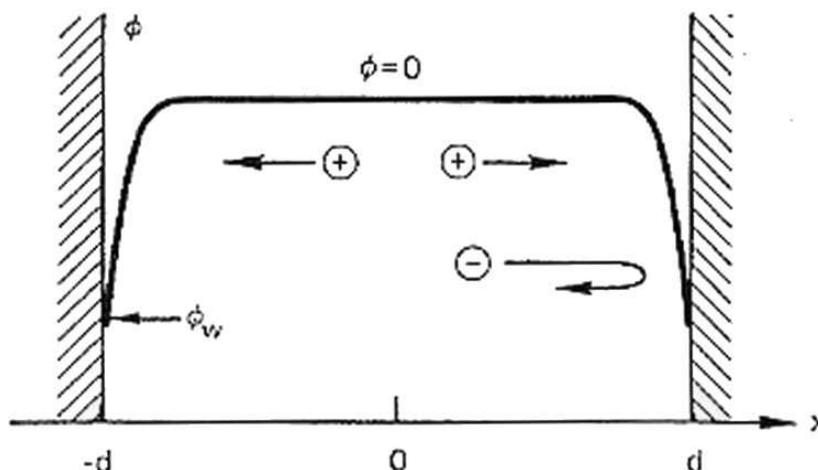


Figure 29: The plasma potential ϕ forms sheaths near the walls so that electrons are reflected. The Coulomb barrier $e\phi_w$ adjusts itself so that equal numbers of ions and electrons reach the walls per second.

Die Größe von ϕ_w stellt sich so ein, dass der Fluss der Elektronen, die genügend Energie haben, um dieses Hindernis zu überwinden, gleich der Ionenfluss ist.

2.1 Die Gleichung einer planaren Schicht

Um $\phi(x)$ in der Nähe der Schicht zu bestimmen, muss man die Poissongleichung zusammen mit den Bewegungs- und Kontinuitätsgleichungen für Elektronen und Ionen mit geeigneten Randbedingungen lösen. Die Plasmaparameter sind sehr inhomogen und die Gleichungen nichtlinear.

Für Planar-Geometrie, und mit einigen Annahmen über die Dynamik der Elektronen und Ionen ist eine näherungsweise gute Lösung möglich.

Wir betrachten ein 1-Dimensionales Modell ohne Magnetfeld, wie in Abb. 29.

Innerhalb des Plasmas ($x \simeq 0$) gilt $\vec{E} = 0$ und wir setzen da auch $\phi = \phi_P = 0$.

Nun wird die Elektronendichte n_e durch die Boltzmannrelation gegeben

$$n_e(x) = n_0 e^{e\phi/k_B T_e}$$

(n_0 = Dichte in der Mitte des Plasmas)

Sekundäre Elektronen werden vernachlässigt. Nun wird angenommen, dass in der Mitte des

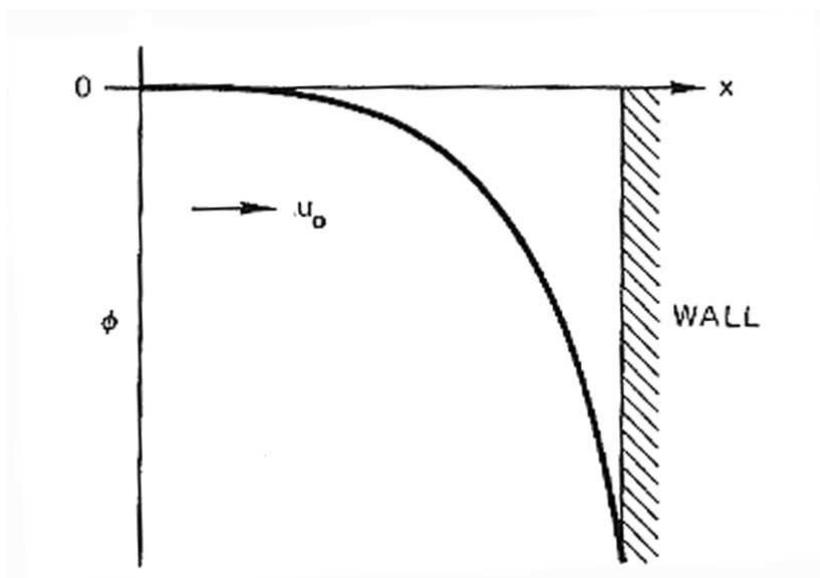


Figure 30: The potential ϕ in a planar sheath. Cold ions are assumed to enter the sheath with a uniform velocity u_0 .

Plasmas alle Ionen die Driftgeschwindigkeit u_0 in Richtung Wand haben und sonst kalt sind (eine sehr grobe Vereinfachung). Auch werden Stöße vernachlässigt (gültig innerhalb der Randschicht, aber nicht unbedingt sonst). Dann wird die Ionengeschwindigkeit $u(x)$ durch

$$\frac{1}{2} m_i u^2(x) + e\phi(x) = \frac{1}{2} m_i u_0^2$$

bestimmt.

Die Kontinuitätsgleichung bei einem stationären Zustand besagt $n_0 u_0 = n_i(x) u(x)$. Dann ist

$$n_i(x) = n_0 \left[1 - \frac{2e\phi}{m_i u_0^2} \right]^{-1/2}$$

Die Ortsabhängigkeit von $n_e(x)$ und $n_i(x)$ ist im Abb. 31 gezeigt.

Die Poissongleichung lautet

$$\epsilon_0 \frac{d^2 \phi}{dx^2} = e(n_e - n_i) = e n_0 \left[e^{e\phi/k_B T_e} - \frac{1}{\sqrt{1 - 2e\phi/m_i u_0^2}} \right]$$

mit den Randbedingungen $\phi(0) = 0$ und $\phi'(0) = 0$.

Wir führen neue Variablen ein

$$\chi = -e\phi/k_B T_e$$

$$\xi = \frac{x}{\lambda_D} = x \left[\frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 / k_B T_e} \right]^{1/2}$$

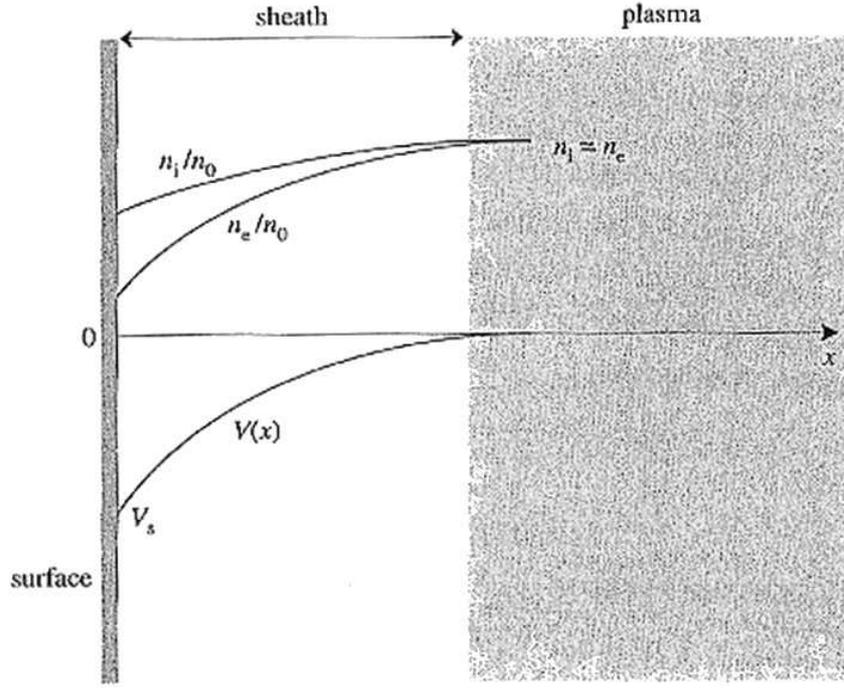


Figure 31: Sheath formation at a plasma boundary, showing the electron and ion densities (normalized to n_0).

und die Machzahl

$$\mathfrak{M} = \frac{u_0}{[k_B T_e / m_i]^{1/2}} = \frac{u_0}{v_s}$$

Nun ist

$$\epsilon_0 \frac{d^2 \phi}{dx^2} = -\frac{\epsilon_0}{\lambda_D^2} \frac{k_B T_e}{e} \frac{d^2 \chi}{d\xi^2} = -en_0 \frac{d^2 \chi}{d\xi^2}$$

und die Poissongleichung wird

$$\frac{d^2 \chi}{d\xi^2} = \frac{1}{[1 + 2\xi/\mathfrak{M}^2]} - e^x$$

Einmal integrieren geht schnell. Man multipliziere beide Seiten mit $\chi' = \frac{d\chi}{d\xi}$ und integriere.

$$\int_0^\xi \chi' \chi'' d\xi = \int_0^\xi \frac{\chi'}{\sqrt{1 + 2\xi/\mathfrak{M}^2}} d\xi - \int_0^\xi \chi' e^{-x} d\xi$$

$$\frac{1}{2} [\chi' - (\chi'(0))^2] = \mathfrak{M}^2 [\sqrt{1 + 2\xi/\mathfrak{M}^2} - 1] + e^{-x} - 1$$

Die Randbedingungen liefern $\chi(0) = 0$ und $\chi'(0) = 0$.

Man kommt analytisch nicht weiter.

Da $(\chi'(\xi))^2 > 0$ muss die RHS von

$$\frac{1}{2} (\chi')^2 = \mathfrak{M}^2 [\sqrt{1 + 2\xi/\mathfrak{M}^2} - 1] + e^{-x} - 1$$

auch positiv sein für alle χ .

Dies gilt auch in der Nähe der Plasmarandschicht-Übergangs, wo χ klein ist. Dann gilt

$$\mathfrak{M}^2 \left[1 + \frac{\chi}{\mathfrak{M}^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\chi}{\mathfrak{M}^2} \right)^2 + \dots - 1 \right] + \left(1 - \chi + \frac{\chi^2}{2} - \dots - 1 \right) > 0$$

oder

$$\chi - \frac{\chi^2}{\mathfrak{M}^2} + \dots - \chi + \frac{\chi^2}{2} + \dots > 0$$

$$\frac{\chi^2}{2} \left[1 - \frac{1}{\mathfrak{M}^2} \right] > 0$$

Dies bedeutet $\mathfrak{M}^2 > 1$ oder $u_0 > \sqrt{k_B T_e / m_i} \simeq v_s$

Dies ist das Bohm'sche Kriterium für die Bildung einer Randschicht. Diese bildet sich am Rand zwischen Plasma und Materie nur wenn die Strömungsgeschwindigkeit der Ionen, die in die Wandnähe eindringen, grösser als die Schallgeschwindigkeit ist.

Eigentlich werden die Ionen im ganzen Plasma (etwas) beschleunigt (dies erfordert die Anwesenheit eines elektrischen Feldes). Deshalb ist $\chi'(0) = 0$ nur eine Näherung. Aber die Randschicht ist sehr dünn (Dicke nur einige Debye-Längen). Deshalb ist der Wert von u_0 etwas willkürlich, da dies auch der Fall für die Festlegung der Grenze $x=0$ zwischen Plasma und Randschicht ist. In Anwesenheit eines Magnetfeldes fließen die geladene Teilchen in die Randschicht entlang den Magnetfeldlinien.

Anmerkung: $n_e = n_0 e^{-x}$ und $n_i = \frac{n_0}{\sqrt{1 + 2\chi/\mathfrak{M}^2}}$ und $\phi'' \propto n_e - n_i$ würde die falsche Krümmung haben, wenn $n_e - n_i > 0$.

2.2 Das Child-Langmuir Gesetz

Eigentlich besteht der Raum zwischen Plasma und Wand aus 2-3 Bereichen (auch nicht scharf abgegrenzt).

Ganz nah an der Wand ist χ gross und $n_e \propto e^{-x} \ll n_i$.

Man bezeichnet mit ξ_s den Punkt, bei dem die Elektronendichte vernachlässigt werden kann. $e^{-\chi(\xi_s)} \simeq 0$. Dann gilt für $\xi_s < \xi < \xi_w$

$$\chi'' \simeq (1 + 2\chi/\mathfrak{M}^2)^{-1/2}$$

Man definiere $(\xi_w - \xi_s) = \frac{d}{\lambda_D}$. Dann für $\xi_s < \xi < \xi_w$ gilt

$$\frac{1}{2} [\chi'^2 - \chi_s'^2] \simeq \mathfrak{M}^2 \left[\left(1 + \frac{2\chi}{\mathfrak{M}^2} \right)^{1/2} - \sqrt{1 + \frac{2\chi_s}{\mathfrak{M}^2}} \right]$$

Angenommen $\chi_s' \ll \chi'$, und $\chi_s = \chi(\xi_s) \ll \mathfrak{M}^2$ und $\chi(\xi_w) \gg \mathfrak{M}^2$ auch für den ganzen Bereich, gilt (näherungsweise):

$$\chi'^2 \simeq 2\mathfrak{M}^2 \sqrt{\frac{2\chi}{\mathfrak{M}^2}} = 2^{3/2} \mathfrak{M} \sqrt{\chi}$$

$$\frac{d\chi}{d\xi} \simeq 2^{3/4} \sqrt{\mathfrak{M}} \chi^{1/4}$$

mit der Lösung

$$\frac{4}{3}\chi^{3/4}\Big|_{\xi_s}^{\xi_w} = 2^3 4\sqrt{\mathfrak{M}} (\xi_w - \xi_s)$$

Umformung und mit $\chi(\xi_s) \simeq 0$ ergibt

$$\sqrt{\mathfrak{M}} \simeq \frac{2^{5/4}}{3} \frac{\lambda_D}{d} \chi_w^{3/4}$$

Die Ionenstromdichte ist ($\phi_w < 0!$)

$$\begin{aligned} J_i &= en_0 u_0 = en_0 \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_i}} \mathfrak{M} \\ &= en_0 \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_i}} \left(\frac{2^{5/2}}{9}\right) \frac{\lambda_D^2}{d^2} \left(\frac{-e\phi_w}{k_B T_e}\right)^{3/2} \\ &= \frac{4\epsilon_0}{q} \sqrt{\frac{2e}{m_i}} \frac{|\phi_w|^{3/2}}{d^2} \end{aligned}$$

da $\lambda_D^2 = \epsilon_0 k_B T_e / (n_0 e^2)$. Dieses Verhalten gilt auch für den Raumladungsbegrenzten Strom in einer planaren Diode.

Die Dicke des Elektronenfreien Bereiches ist

$$d \simeq \sqrt{\frac{\epsilon_0}{en_0 u_0}} \left(\frac{2e}{m_i}\right)^{1/4} \frac{2}{3} |\phi_w|^{3/4}$$

wobei ϕ_w durch die Bedingung $\Gamma_e = \Gamma_i$ bestimmt wird und $J_i = en_0 u_0$ aus der Ionenproduktionsrate.

Als nächstes kommt ein Bereich der Dicke ca. λ_D , in dem noch gilt $\Gamma_e = \Gamma_i$, aber n_e nicht mehr vernachlässigbar ist, und dann eine "Vorschicht" (pre-sheath) in der die Ionen auf die Strömungsgeschwindigkeit u_0 beschleunigt werden. Das Potential ändert sich um $|e\phi| \sim k_B T_e / 2$.

Die Abgrenzungen sind etwas willkürlich, da das Potential eine glatte Funktion ist und u_0 von der Grenze abhängt. Ausserdem haben die Ionen eher eine Verteilung der Driftgeschwindigkeiten.

In einer Gasentladung wird eine Randschicht als Dunkelbereich beobachtet. In der Kernfusion führt das Wandpotential zu mehr Zerstörung der Gefässwände, da die Ionen in der Schicht beschleunigt werden und mit grösserer Geschwindigkeit auf die Wand treffen. Ausserdem spielen Sekundärelektronen eine Rolle.

Abschätzung von $\phi_{Plasma} - \phi_w = \Delta\phi \simeq -\phi_w$ aus $\Gamma_e = \Gamma_i$.

Am Rand der Schicht gilt $\Gamma_i = n_0 u_0$ mit $u_0^2 = \frac{k_B T_e}{m_i} \left(\gamma_e + \frac{\gamma_i T_i}{T_e}\right)$.

(v_s wird hier etwas genauer als bisher und ein Faktor 2π wird hier vernachlässigt) und

$$\begin{aligned} \Gamma_e &= n_0 \sqrt{\frac{m_e}{2\pi k_B T_e}} e^{e\Delta\phi/k_B T_e} \int_0^\infty v_x e^{-mv_x^2/2k_B T_e} dv_x \\ &= n_0 \sqrt{\frac{m_e}{2\pi k_B T_e}} \left(\frac{k_B T_e}{m_e}\right) e^{e\Delta\phi/k_B T_e} \end{aligned}$$

$$\left(\int_0^{\infty} x e^{-\lambda x^2} dx = \frac{1}{2\lambda} \right)$$

Wenn man diese gleich setzt, findet man

$$\sqrt{\frac{k_B T_e}{2\pi n_e}} e^{e\Delta\phi/k_B T_e} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_i}} \left(\gamma_e + \frac{\gamma_i T_i}{T_e} \right)$$

$$\frac{e\Delta\phi}{k_B T_e} = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{2\pi m_e}{m_i} \left(\gamma_e + \frac{\gamma_i T_i}{T_e} \right) \right]$$

Wenn man annimmt $\frac{m_e}{m_i} = \frac{1}{1836}$, $\gamma_i = \gamma_e = \frac{5}{3}$ und $T_i = T_e$, erhält man $\frac{e\phi_w}{k_B T_e} \simeq -2.24$.
(ϕ_w ist negative, wie erwartet)

Mit $\gamma_e = 1$ und $T_i = 0$ erhält man $\frac{e\phi_w}{k_B T_e} \simeq -2.84$.

Auf jeden Fall kann man erwarten, dass das Potential an der Wand um $(2-3)k_B T_e/e$ niedriger als in der Mitte ist.

2.3 Elektrostatische Sonden

Man bringt einen kleinen, von der Umgebung isolierten Leiter ins Plasma und variiert die Spannung V zwischen Probe und Wand. Eine typische Langmuir Sonde ist koaxial aufge-

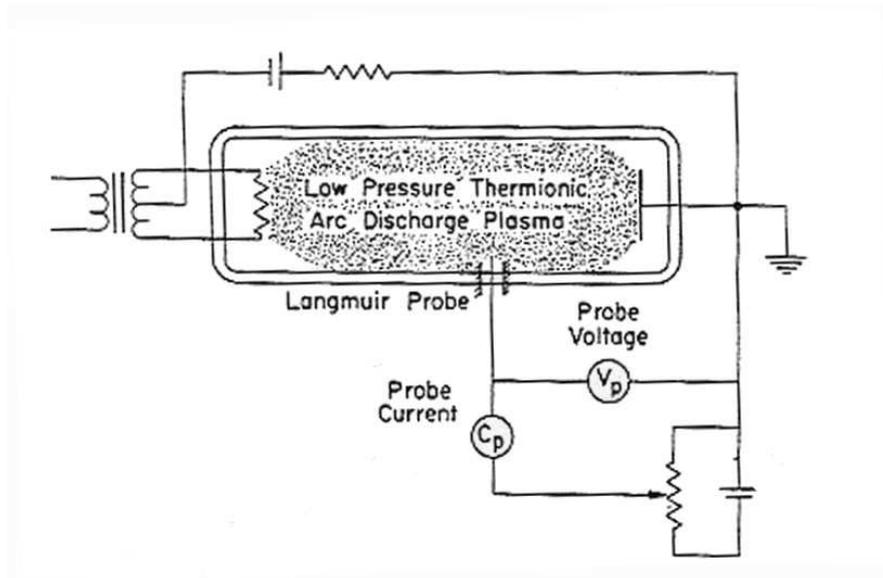


Figure 32: Schematic of a Langmuir probe in a plasma, showing the biasing arrangement.

baut. Der etwas herausragenden Ionenleitern ist aus schwerem Metall (Platin, Molybdän, Wolfram,... hergestellt); der Isolator wird aus Quarz oder Aluminiumoxid gefertigt und beides wird etwas zurückliegend mit einem Aussenleiter abgeschirmt. Eine Randschicht bildet sich um die Probe und schirmt das Plasma von der Sonde ab. Man nimmt an, dass

$$\lambda_D \ll \text{Sonden Dimensionen} \Rightarrow A_{Probe} = A_{sheath}$$

A =Sonden Oberfläche

Sei n_s = die Ionendichte am Schichtrand und nehme an, dass dort die Ionengeschwindigkeit sei $u_0 = \sqrt{k_B T_e / m_i} (1/\sqrt{2\pi})$. Das Potential an dieser Stelle ist etwa $e\phi_s \sim -k_B T_e / 2$ und deshalb ist $n_{is} \simeq n_{es} = n_e e^{e\phi_s / k_B T_e} \sim n_0 e^{-1/2} = 0.61 n_0$

Man misst den Strom zur Probe bei Veränderung der Proben-Spannung. Sei der Strom positiv, wenn er weg von der Sonde fließt, wird der Ionenstrom (zur Probe) negativ. Ein typischer Strom-Spannungs Charakteristik wird in Abb. 33 gezeigt.

Wenn $\phi_{ext} \simeq V$ mehr negativ als ϕ_{wand} ist, fließen nur noch Ionen zur Probe, mit dem Wert

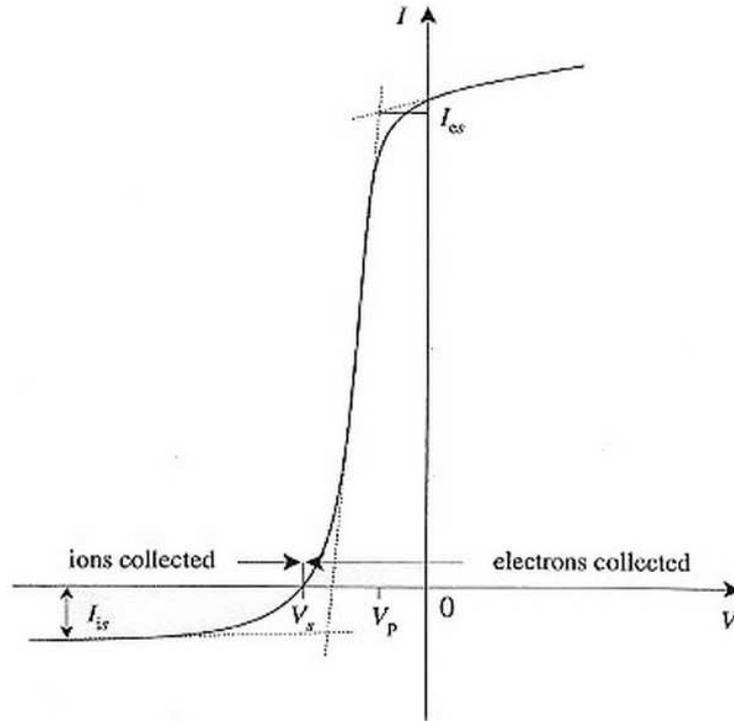


Figure 33: Langmuir probe characteristic, showing the variation of the probe current with probe potential V .

$$\begin{aligned}
 I_{is} &= n_{is} e u_0 A \\
 &\simeq 0.61 n_0 e \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_i}} A \\
 &= 1.22 I_B
 \end{aligned}$$

wobei (hier) der Bohm'sche Sättigungsstrom als

$$I_B = \frac{1}{2} n_0 e \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_i}} A$$

definiert wird (einige Bücher definieren mit anderen Vorfaktoren).

Als V weniger negativ bezüglich $\phi_p \simeq 0$ wird, werden auch energische Elektronen aus dem Schweif der Elektronengeschwindigkeitsverteilung auch an der Probe gesammelt. Bei $V \simeq \phi_w = V_s$

werden die Ionen- und Elektronenströme sich genau wegheben ($I \simeq 0$). Eine weitere Erhöhung von V ergibt eine exponentielle Steigung in I_e , bis eine Sättigung bei $V = \phi_p \simeq 0$ erreicht wird. Die Elektronensättigungsstromdichte ist ungefähr

$$J_{se} \simeq en_0 \sqrt{\frac{k_B T_e}{2\pi m_e}}$$

In diesem Bereich (der Steigung) ist der Elektronenstrom gegeben durch

$$I_e = n_0 e A \sqrt{\frac{k_B T_e}{2\pi m_e}} e^{eV/k_B T_e}$$

und der Gesamtstrom ist

$$I = I_e + I_i \simeq I_e - I_{is}$$

Auch ist

$$\frac{dI}{dV} = \frac{e}{k_B T_e} I_e + \frac{dI_i}{dV} \simeq \frac{e}{k_B T_e} (I + I_{is})$$

Aus Messungen von I_{is} ($I_{is} < 0$) und I in einem Bereich wo $\frac{dI}{dV}$ gross ist erhält man T_e und dann die Plasmadichte n_0 . Die Methode ist sehr nützlich zur Messung der Eigenschaften von Plasmen mit moderaten Dichten und Temperaturen.

Die Interpretation der Ergebnisse wird erschwert, wenn die Sonde sich in einem starken Magnetfeld befindet und wenn Teilchenstösse berücksichtigt werden müssen.

Übungen

1. Eine Probe besteht aus einer viereckigen Folie mit Dimensionen 2 x 2 mm und liefert einen Sättigungsstrom von 100 μA in einem einfach ionisierten Argon-Plasma (Atomare Masse = 40). Wie gross (ungefähr) ist die Dichte, angenommen dass $T_e = 2$ eV? Hinweis: beide Seiten der Folie können Ionen aufnehmen.

2. Berechnen Sie den Teilchenfluss in die x-Richtung für eine Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung

$$f(\vec{v}) = n_0 \left[\frac{m}{2\pi kT} \right]^{\frac{3}{2}} e^{-mv^2/2kT}$$

Hier gilt

$$\Gamma_x = n_0 \langle v_x \rangle$$

Hinweis: Die Integrale über v_y und v_z sind bekannt. Die Integration über v_x geht hier nur von 0 bis ∞ .

3 Instabilitäten

3.1 Einführung

Bisher haben wir oft angenommen, dass das Plasma sich im thermodynamischen Gleichgewicht befand. In diesem Fall, hat das System maximale Entropie und keine freie Energie. Wellen wurden nur extern angeregt und pflanzen sich im Plasma fort (Energieaustausch nicht berücksichtigt). Abweichungen kamen dann nur über Diffusion (getrieben von Dichtegradienten) zustande. Nun verallgemeinern wir dieses Bild zum Fall, dass die Geschwindigkeitsverteilung nicht unbedingt Maxwell'sch ist oder der Druck ein Gradient hat.

Dann gibt es freie Energie auch wenn alle Kräfte sich kompensieren und Gleichgewicht herrscht. Aus der freien Energie können Wellen angeregt werden, wenn das Plasma gestört wird. Wenn diese weiter wachsen, war das Gleichgewicht instabil.

Die möglichen Quellen der freien Energie bestimmen die Klassifikation der Instabilitäten:

1. Strömung:

Ein Teilchenstrahl durchdringt das Plasma oder ein elektrischer Strom ist vorhanden weil verschiedene Teilchensorten verschiedene Driftgeschwindigkeiten haben. Unter Umständen werden E-M Wellen angeregt, deren Energie aus der kinetischen Energie des Drifts kommt.

2. Rayleigh-Taylor:

Ursprung ist ein Dichtegradient oder eine Grenze, d.h. das Plasma ist nicht homogen oder gleichförmig.

Beispiel: das gekippte Glas Wasser. Es gibt Gleichgewicht zwischen Oberflächenspannung plus Luftdruck und Gravitation für eine Ebene Oberfläche. Gravitation verstärkt jede Abweichung davon.

3. Kinetische Instabilitäten

werden durch Abweichungen von einer Maxwell Verteilung der Geschwindigkeit (z.B. Verlustkegel im Magnetfeld $T_{\perp} \neq T_{\parallel}$) . Energie kommt aus Anisotropie der Geschwindigkeitsverteilung.

4. "Resistive" Instabilität

$\sigma_{el} < \infty$ oder $\eta_{el} > 0$. (meistens lokal)

In der Literatur werden über 100 bis 1000 verschiedene Instabilitäten erwähnt!

Nicht alle Instabilitäten sind nachteilig. Eine Hochfrequenzwelle mit $\omega \simeq \omega_p$ wird die Ionenbewegung kaum beeinflussen (und umgekehrt).

Wenn $\omega \ll \Omega_p$, Ω_c kann eine Instabilität zu anormaler Diffusion (wegen $\vec{E} \times \vec{B}/B^2$ Drifts) führen.

Die Strömungs- und Rayleigh-Taylor Instabilitäten können mit den Flüssigkeitgleichungen beschrieben werden. Kinematische Instabilitäten dagegen nur mit der kinetischen Theorie. Diese werden als einfache Beispiele näher beschrieben.

3.2 Die 2-Strom Instabilität

Hier nehmen wir an, dass die Ionen in Ruhe bleiben und dass die Elektronen eine Driftgeschwindigkeit \vec{v}_0 relativ zu den Ionen haben. Das Plasma sei kalt ($k_B T_e \simeq k_B T_i \simeq 0$) und $\vec{B} = 0$ (kein äusseres Magnetfeld). Stöße werden auch vernachlässigt.

Gleichgewicht:

$\vec{v}_{e0} = \vec{v}_0$, $\vec{v}_{i0} = 0$, $\vec{E}_0 = 0$, $\nabla \cdot \vec{v}_0 = 0$ und $\nabla n_0 = 0$

Die linearisierte Bewegungs- und Kontinuitätsgleichungen lauten

$$\begin{aligned} Mn_0 \frac{\partial \vec{v}_{1i}}{\partial t} &= en_0 \vec{E}_1 \\ mn_0 \left(\frac{\partial \vec{v}_{1e}}{\partial t} + (\vec{v}_0 \cdot \nabla) \vec{v}_{1e} \right) &= -en_0 \vec{E}_1 \\ \frac{\partial n_{1i}}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot \vec{v}_{1i} &= 0 \\ \frac{\partial n_{1e}}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot \vec{v}_{1e} + (\vec{v}_0 \cdot \nabla) n_{1e} &= 0 \end{aligned}$$

auch

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}_1 = e(n_{1i} - n_{1e})$$

Nun nehmen wir an, wie bei allen Wellen, dass die Störungen der Form $e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}$ haben und nehmen auch an, dass \vec{k} parallel zu \vec{v}_0 ist (dies soll die x-Richtung definieren).

Die Gleichungen werden:

$$\begin{aligned} -i\omega n_{1i} + in_0 \vec{k} \cdot \vec{v}_{1i} &= 0 \\ -i\omega \vec{v}_{1i} &= e\vec{E}_1/M \\ -i\omega n_{1e} + in_0 \vec{k} \cdot \vec{v}_{1e} + i\vec{k} \cdot \vec{v}_0 n_{1e} &= 0 \\ -i(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_0) \vec{v}_{1e} &= -e\vec{E}_1/m \end{aligned}$$

Dann gilt

$$i\epsilon_0 \vec{k} \cdot \vec{E}_1 = e(n_{1i} - n_{1e}) = en_0 \left[\frac{\vec{k} \cdot \vec{v}_{1i}}{\omega} - \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}_{1e}}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_0} \right]$$

sowie

$$\begin{aligned} -\frac{e\vec{k} \cdot \vec{E}_1}{m_e} &= -i(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_0) \vec{k} \cdot \vec{v}_{1e} \\ +\frac{e\vec{k} \cdot \vec{E}_1}{M_i} &= -i\omega \vec{k} \cdot \vec{v}_{1i} \end{aligned}$$

Setze diese ein in die erste Gleichung:

$$\begin{aligned} i\vec{k} \cdot \vec{E}_1 &= \frac{en_0}{\epsilon_0} \left[\frac{ie}{\omega^2 M_i} \vec{k} \cdot \vec{E}_1 - \frac{-ie\vec{k} \cdot \vec{E}_1}{m_e(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_0)^2} \right] \\ &= i\vec{k} \cdot \vec{E}_1 \left[\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0} \right] \left[\frac{1}{\omega^2 M_i} + \frac{1}{(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_0)^2 m_e} \right] \end{aligned}$$

Dies ist interessant nur, wenn

$$1 = \omega_{pe}^2 \left[\frac{1}{(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_0)^2} + \frac{m_e/M_i}{\omega^2} \right]$$

Mit $x = \omega/\omega_{pe}$ und $y = \vec{k} \cdot \vec{v}_0/\omega_{pe}$ können wir unsere Dispersionsrelation in dimensionslose form bringen:

$$1 = \frac{1}{(x-y)^2} + \frac{m/M}{x^2} \equiv F(x, y)$$

Lösungen und Interpretation:

Für einen festen Wert von y plottet man $F(x, y)$ als Funktion von x . $F(x, y)$ hat (doppel-) Polen bei $x = 0$ und $x = y$. Die Dispersions Relation wird befriedigt, wenn

$$F(x, y) = \frac{1}{(x-y)^2} + \frac{m/M}{x^2}$$

die Linie $f(x) = 1$ kreuzt. Für festes y geben diese Kreuzungspunkte die Werte von x , die die Dispersionsrelation befriedigen. Ein fester Wert von y entspricht einen festen Wert von \vec{k} . Dies wird manchmal aus einer Randbedingung bestimmt.

Die Gleichung $x^2(x-y)^2 - x^2 - \frac{m}{M}(x-y)^2 = 0$ hat 4 Wurzeln. Zwei Fällen werden in Abb. 34 und 35 gezeigt.

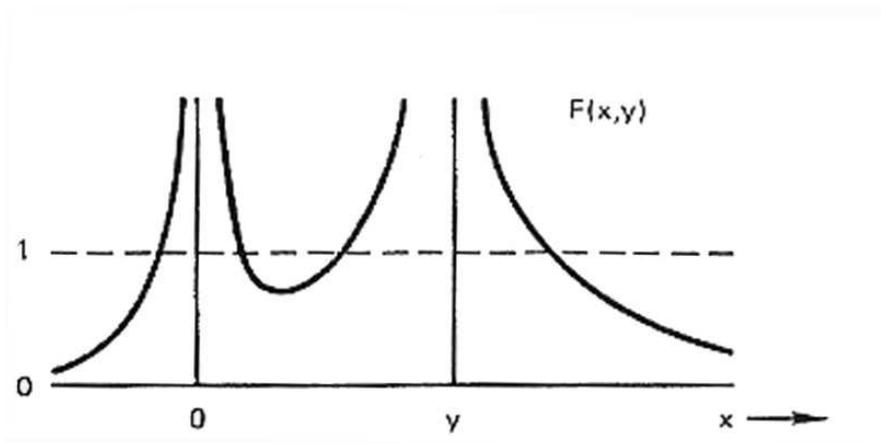


Figure 34: $F(x, y) = 1$ hat 4 reellen Wurzeln. Das Plasma ist stabil.

Fall a) alle $x_j = \omega_j/\omega_p$ sind reel (Abb. 34). Jeder entspricht einer oszillierenden Lösung mit $E_{1x} = E e^{i(kx - \omega_j t)}$.

Fall b) zwei der x_j sind komplex (Abb. 35). Dann ist

$$\omega_j = \omega_{0j} \pm i\gamma_j$$

und die Zeitabhängigkeit wird

$$E_{1x} = \sum_j E_{1j} e^{i(kx - \omega_{0j} t) \mp i\gamma_j t} = \sum_j E_{1j} e^{i(kx - \omega_{0j} t)} e^{\pm \gamma_j t}$$

$\gamma = \text{Im } \omega > 0 \Rightarrow$ exponentielles Wachstum (Instabilität)

$\gamma = \text{Im } \omega < 0 \Rightarrow$ Dämpfung

Anmerkung (ohne Beweis): Stöße tendieren, $\text{Im } \omega$ zu reduzieren.

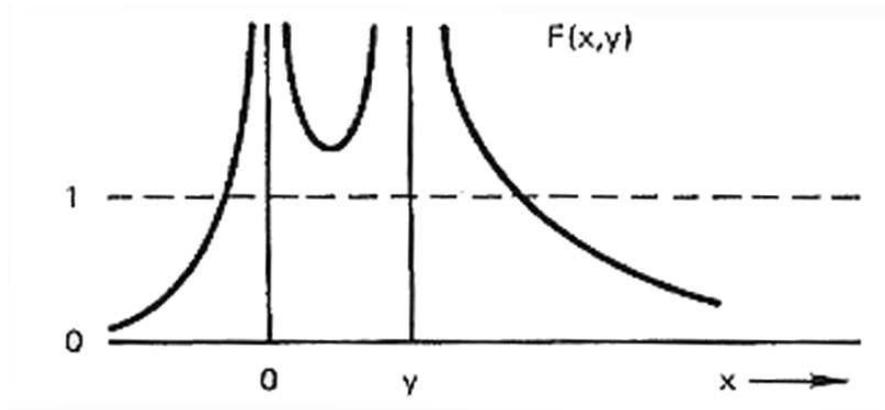


Figure 35: $F(x,y)=1$ hat 2 reellen Wurzeln. Die anderen 2 sind komplex (komplex konjugiert). Eine Instabilität ist möglich.

Die Bestimmung des y -Wertes, bei dem Instabilitäten auftreten, ist aufwendig. Es handelt sich darum, ob das Zwischenminimum von $F(x, y)$ grösser oder kleiner ist als Eins.

$$F(x, y) = \frac{m/M}{x^2} + \frac{1}{(x - y)^2}$$

Für festes y , hat $F(x, y)$ ein minimum als Funktion von x , wenn

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -\frac{2m/M}{x^3} - \frac{2}{(x - y)^3} = 0$$

$$x_{min}^3 + \frac{m}{M}(x_{min} - y)^3 = 0$$

Wir erwarten eine Instabilität, wenn $F(x_{min}, y) > 1$.

Um x_{min} zu bestimmen, muß man eine kubische Gleichung lösen und die passende Wurzel aussuchen (in Prinzip sehr länglich). In diesem Fall ist die Lösung etwas einfacher. Man

definiere $\delta = m/M$. Dann ist $x_{min} = \frac{\delta^{1/3}y}{1 + \delta^{1/3}}$ und

$$\begin{aligned} F(x_{min}, y) &= \frac{\delta}{x_{min}^2} + \frac{1}{(x_{min} - y)^2} \\ &= \frac{\delta(1 + \delta^{1/3})^2}{\delta^{2/3}y^2} + \frac{1}{y^2 \left[\frac{\delta^{1/3}}{1 + \delta^{1/3}} - 1 \right]^2} \\ &= \frac{\delta^{1/3}(1 + \delta^{1/3})^2}{y^2} + \frac{(1 + \delta^{1/3})^2}{y^2} \\ &= \frac{(1 + \delta^{1/3})^3}{y^2} \end{aligned}$$

für $F(x_{min}, y) > 1$ (Instabilität) ist das $(1 + \delta^{1/3})^3 > y^2$

Da $\delta = m/M$ sehr klein ist, ist die Bedingung für eine Instabilität fast äquivalent zu $y < 1$.

Physikalischer Mechanismus :

Die Elektronen haben die natürliche Oszillationsfrequenz $\omega_p \gg$ die natürliche Oszillationsfrequenz der Ionen ($\Omega_p = \sqrt{m/M}\omega_p$).

Bei einer Bewegung der Elektronenflüssigkeit ist es möglich, daß $\omega_p - kv_0 \simeq \Omega_p$ (entspricht $y \simeq 1 - \sqrt{m/M}$). Energie-Austausch zwischen Elektronen und Ionen wird dann wahrscheinlicher. Es kann dann auch vorkommen, daß mit der Welle, die Elektronenenergie $m(n_0 + n_{1e})(v_0 + v_{1e})^2/2$ kleiner ist als die ungestörte Energie $mn_0v_0^2/2$.

Mit $n_{1e} = n_0kv_{1e}/(\omega - kv_0)$ gilt

$$\Delta E \simeq \frac{1}{2}mn_0v_0v_{1e} \left(2 + \frac{kv_0}{\omega - kv_0} \right)$$

Bei entsprechender Phasenlage kann dies negativ werden. Diese Energie kann den Ionen übertragen werden. Energie wird ausgetauscht zwischen Welle, Elektronen und Ionen.

Ein ähnlicher Mechanismus herrscht im Klystron (hier ist die Instabilität gewünscht). Eine Modulation in $\vec{E}_1 \Rightarrow$ Elektronen werden "gebündelt". Wenn diese durch einen Resonator fliegen, können sie Eigenwellen des Resonators anregen. Die Energie wird von den Elektronen in Mikrowellen übertragen.

3.3 Rayleigh Taylor Instabilität

In einem Plasma kommt diese Instabilität vor, wenn das Plasma durch ein Magnetfeld eingeschlossen wird. Wenn die Magnetfeldlinien gekrümmt sind, wirkt eine Zentrifugalkraft auf die sich bewegenden Plasmateilchen. Diese hat die gleiche Funktion, wie die Gravitationskraft. Wir rechnen den einfachst möglichen Fall, wobei eine "scharfe" Plasmagrenze in der

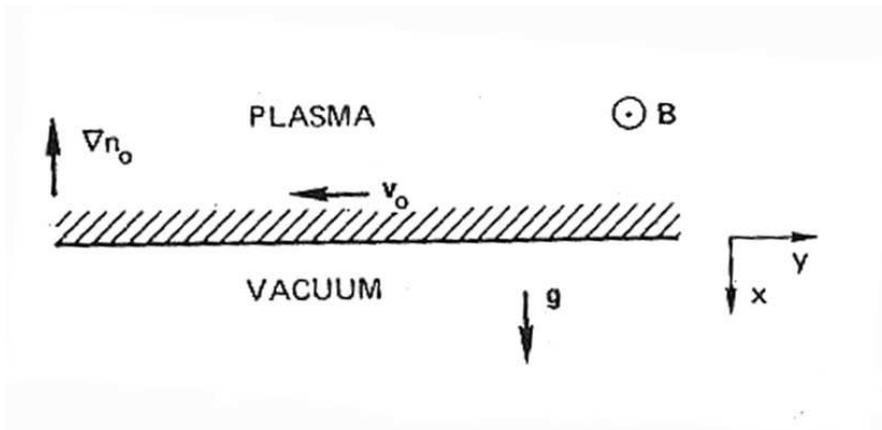


Figure 36: A plasma surface subject to a gravitational instability.

$y - z$ -Ebene bei $x = 0$ liegt und nehmen $\vec{B}_0 = B_0\hat{z}$.

Eigentlich gilt in realistischen Fällen

$$\vec{g} \rightarrow \left(v_{\parallel}^2 + \frac{v_{\perp}^2}{2} \right) \frac{\vec{R}_c}{R_c^2} \text{ mit } \frac{\vec{R}_c}{R_c} = -\frac{(\vec{B}_0 \cdot \nabla)}{B_0} \left(\frac{\vec{B}_0}{B_0} \right)$$

Wir nehmen $\vec{g} \simeq konst.$ Auch $\vec{E}_0 = 0$. Bei Gleichgewicht gilt

$$m_{\alpha}n_{\alpha}\frac{d\vec{v}_{\alpha}}{dt} = 0 = q_{\alpha}n_{\alpha}\vec{v}_{\alpha} \times \vec{B}_0 + m_{\alpha}n_{\alpha}\vec{g} - \nabla p_{\alpha}$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 \vec{v}_1 + \rho_1 \vec{v}_0) = 0$$

Wenn die Störung wellenartig ist, folgt $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega$. Auch ist

$$\nabla \cdot (\rho_0 \vec{v}_1 + \rho_1 \vec{v}_0) = (\vec{v}_0 \cdot \nabla) \rho_1 + \rho_1 (\nabla \cdot \vec{v}_0) + (\vec{v}_1 \cdot \nabla) \rho_0 + \rho_0 (\nabla \cdot \vec{v}_1)$$

Die Inkompressibilität $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ erleichtert die Rechnung.

Laut Abb. 37 ist die Fortpflanzungsrichtung parallel zu den Driftgeschwindigkeiten und $\perp \vec{g}$ und $\perp \vec{B}_0$.

Die Kontinuität wird, für $\rho_1 \simeq e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)} \simeq e^{i(k_y y - \omega t)}$ und \vec{k} in die y -Richtung (parallel zu \vec{v}_0)

$$-i(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_0) \rho_1 + v_{1x} \frac{\partial \rho_0}{\partial x} \simeq \rho_0 \nabla \cdot \vec{v}_1 \simeq 0$$

mit $\vec{j}_{0,1} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{B}_{0,1}$ erhält man

$$\begin{aligned} \vec{j}_1 \times \vec{B}_0 + \vec{j}_0 \times \vec{B}_1 &= -\frac{1}{\mu_0} \left[\vec{B}_0 \times (\nabla \times \vec{B}_1) + \vec{B}_1 \times (\nabla \times \vec{B}_0) \right] \\ &= -\frac{1}{\mu_0} \left[\nabla (\vec{B}_0 \cdot \vec{B}_1) - (\vec{B}_0 \cdot \nabla) \vec{B}_1 - (\vec{B}_1 \cdot \nabla) \vec{B}_0 \right] \\ &= -\frac{1}{\mu_0} \nabla (\vec{B}_0 \cdot \vec{B}_1) \end{aligned}$$

da $B_0 \frac{\partial \vec{B}_1}{\partial z} \simeq 0$ und B_0 konstant ist (und zeigt in die z -Richtung). Es gelten

$\frac{\partial B_1}{\partial z} \simeq 0$ und $\frac{\partial B_1}{\partial y} \sim ik_y B_1$. Dann ist

$$-i\omega \rho_0 \vec{v}_1 = \rho_1 g \hat{x} - \nabla \left(p_1 + \frac{\vec{B}_0 \cdot \vec{B}_1}{\mu_0} \right)$$

(wir interessieren uns nur für die x - und y -Komponenten ($\perp \vec{B}_0$)).

Zusammengefasst und in Komponenten

$$\begin{aligned} -i(\omega - k_y v_0) \rho_1 + v_{1x} \frac{\partial \rho_0}{\partial x} &= 0 \\ -i\omega \rho_0 v_{1x} &= \rho_1 g - \frac{\partial}{\partial x} \left(p_1 + \frac{\vec{B}_0 \cdot \vec{B}_1}{\mu_0} \right) \\ -i\omega \rho_0 v_{1y} &= -ik_y \left(p_1 + \frac{\vec{B}_0 \cdot \vec{B}_1}{\mu_0} \right) \end{aligned}$$

(Die Störung ist $\propto e^{i(k_y y - \omega t)}$). Wir sehen, dass v_{1y} unabhängig von x ist, da

$B_1 \sim e^{ik_y y} e^{-i\omega t}$ und deshalb ist $p_1 + \frac{\vec{B}_0 \cdot \vec{B}_1}{\mu_0}$ unabhängig von x . Dann ist

$$v_{1x} \simeq i \frac{\rho_1 g}{\omega \rho_0}$$

$$(\omega - k_y v_0) \rho_1 + i v_{1x} \frac{\partial \rho_0}{\partial x} = 0 = (\omega - k_y v_0) \rho_1 - \frac{\rho_1 g}{\omega \rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial x}$$

Dies führt zur Dispersionsrelation

$$\omega - k_y v_0 - \frac{g}{\omega \rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial x} = 0$$

oder $\omega(\omega - k_y v_0) \rho_0 = g \frac{\partial \rho_0}{\partial x}$.

Die Lösung lautet

$$\omega = \frac{k_y v_0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{k_y v_0}{2}\right)^2 + \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial x}}$$

Man erhält eine Instabilität, wenn

$$\left(\frac{k_y v_0}{2}\right)^2 + \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial x} < 0$$

Die notwendige Voraussetzung ist $\frac{\partial \rho_0}{\partial x} < 0$ oder $\nabla \rho_0$ antiparallel zu \vec{g} .

Dies passiert wenn die Plasmadichte in Richtung antiparallel zur externen Kraft zeigt.

Wir haben $v_{1x} = i \frac{\rho_1 g}{\omega \rho_0}$ und auch $v_{1x} = \frac{E_{1y}}{B_0}$.

Dies bedeutet, dass die $(\vec{E}_1 \times \vec{B})$ -Drift E_{1y} bestimmt, zumindest wenn $\vec{B}_1 \cdot \vec{B}_0 \simeq 0$ (hier $B_{1z} = 0$)

Allgemeiner (da die x -Richtung war in Richtung von \vec{g} gewählt): Wenn die Plasmadichte zunimmt in eine Richtung, die gegen die äußere Kraft ist, z.B. bei gekrümmten Feldlinien
Wenn die Feldlinien in Richtung Plasma gekrümmt sind (\vec{g} entspricht einer zentrifugalen Beschleunigung und zeigt nach aussen) kann die R-T Instabilität auch auftreten. Auf der Innenseite eines Torus tritt diese Instabilität nicht auf.

In zylindrischen Geometrie breiten sich Wellen in die θ -Richtung aus. $\nabla B_0, \nabla n_0$ usw. zeigen

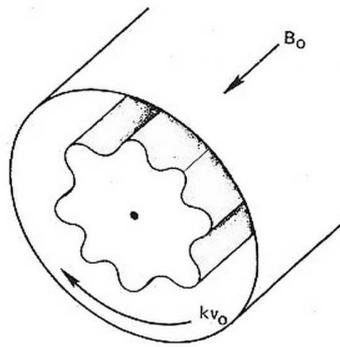


Figure 38: Flute instability

in die r -Richtung. Wenn der magnetische Druck im Plasma grösser als der magnetische Druck ausserhalb des Plasmas ist, gibt es eine Instabilität. Die Oberflächen konstanter Dichte ähneln der Kannelierung (Riefelung) einer Säule (Engl. Fluted column) (s. Abb. 38).

Trägheitsfusion:

Eine Flüssigkeit, die durch einen Treiber beschleunigt wird zeigt auch eine R-T Instabilität, falls die Treiber nicht exakt Gleichmäßig beschleunigen.

Übungen

1. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Dispersionsrelation

$$F(x, y) = \frac{m/M}{x^2} + \frac{1}{(x-y)^2} = 1$$

komplexe Lösungen für x hat, wenn

$$F(x_{min}, y) > 1$$

wobei x_{min} eine Lösung der kubischen Gleichung

$$x_{min}^3 + m/M(x_{min} - y)^3 = 0$$

ist.

Zeigen Sie, dass $\tilde{x}_{min} = (m/M)^{1/3}y/(1 + (m/M)^{1/3})$ eine Lösung ist. Berechnen Sie $F(\tilde{x}_{min}, y)$ und leiten sie dabei ein Kriterium (Bedingung für y) für die Existenz von komplexen Lösungen her.

2. Herleitung der 2-Strom Instabilität für den Fall, dass es zwei kalte Elektronströme in einem Hintergrund kalten, unbeweglichen Ionen gibt. Die zwei Ströme haben jeweils die Dichte $n_0/2$ und gleiche aber entgegengesetzte Geschwindigkeiten v_0

- Leiten Sie die Dispersionsrelation $D(k, \omega)$ her.
Hier können Sie ein Flüssigkeitsmodell benutzen.
- Skizze von $D(k, \omega)$ für festem kv_0 als Funktion von ω .
- Schreiben Sie die Gleichung $D(k, \omega) = 0$ um als Gleichung für $y = 2\omega^2/\omega_p^2$ (mit $x = 2(kv_0)^2/\omega_p^2$ als Parameter). Sie können die Gleichung für y^2 lösen.
- Welche Kriterien müssen erfüllt werden, wenn es eine Instabilität geben soll?
- Berechnen Sie die Wachstumsrate für diesen Fall. (Am besten gleich das Maximum).

3. Ein toroidales Plasma mit rundem Querschnitt hat den grossen Radius $R=50$ cm und den kleinen Radius $a=2$ cm. Auch gilt $k_B T_e = 10$ eV, $k_B T_i = 1$ eV, $B_0 = 1.0$ T und $n_0 = 10^{19} m^{-3}$. Schätzen Sie die Wachstumsrate der Rayleigh-Taylor Instabilität ab, wenn gilt

$$\frac{\partial n_0 / \partial r}{n_0} \simeq \frac{2}{a}$$

und

$$g \simeq \frac{k_B(T_e + T_i)}{M \cdot R} \simeq \frac{v_{th}^2}{R}$$

(hier gilt $k_y \simeq m/r$, wobei m die azimuthale Modenzahl ist, da $m\lambda = 2\pi r$). Berechnen Sie Zahlenwerte für $m=1$ und $r=a$.

4 Einführung in die Plasmatechnologie

Dieses Kapitel wurde in wesentlichen Teilen von Dr. Mathias Kaiser, Fraunhofer ICT geschrieben.

4.1 Einführung

Ein wesentlicher Aspekt der modernen Produktion von Gütern ist die Konzentration der gewünschten Nutzungseigenschaften weg vom Volumen hin zur Oberfläche. Während das Volumen lediglich noch Statik und Formgebung vorgibt, bestimmt die Oberfläche Haptik, Farbe, Glanz, Abnutzungsverhalten, Barrierewirkung, elektrische und thermische Leitfähigkeit, Benetzung und viele andere Eigenschaften, die den Charakter der Gebrauchsgüter prägen. In einigen Fällen werden die Eigenschaften durch immer dünnere Schichtsysteme mit wachsender Komplexität erreicht. Typische Beispiele dieser Entwicklung sind die moderne Halbleitertechnologie, kratz feste und transparente Kunststoffoptiken, hartstoffvergütete Werkzeuge und Bauteile oder Barrierschichten in der Lebensmittelverpackung.

Die zugehörige Oberflächentechnologie hat sich ebenfalls von der Verbund- und Klebtechnik über die Galvano- und Lacktechnik bis zur Dünnschichttechnologie mit PVD (Physical Vapor Deposition) und CVD (Chemical Vapor Deposition)-Prozessen im Mikro- und Nanometerbereich verfeinert. Speziell das Verfahren der Plasma unterstützte chemische Dampfabcheidung (PECVD) konnte zu besonderer Vielfalt in Ausführung und Anwendung entwickelt werden.

In der Plasma-Prozesstechnik werden Plasmaentladungen dazu verwendet, gezielt Oberflächen auf- oder abzutragen. Dabei kann der Prozess sowohl physikalisch (durch Stöße mit energetischen Plasmateilchen) als auch chemisch (durch Reaktionen mit Komponenten des Plasmas) erfolgen. Beispiele sind die Beschichtung von Oberflächen, Plasmaätzen, oder Materialauftragung (mit Hilfe entsprechender Masken). Diese Verfahren sind sehr wichtig in der Halbleitertechnik und in der Mikromechanik. Der Vorteil der Plasmatechnologie liegt hier in der gezielte Steuerung der Oberflächenprozesse durch die Zusammensetzung und die Parameter des Plasmas. Darüber hinaus werden Plasmen nach wie vor für die Lichttechnik und diverse Gasreaktionen eingesetzt, die ausserhalb des thermodynamischen Gleichgewichts der Neutralgase zu besonders effektiven "plasmakatalytischen" Reaktionen führen, welche von der Feinstreinigung über die Entkeimung bis zu Reformreaktionen eingesetzt werden können.

Universal gesehen ist der Plasmazustand nicht die Ausnahme sondern die Regel. Ein Blick in den Nachthimmel macht plausibel, dass mit angenommenen 99% der sichtbaren Materie, dieser Zustand der älteste und häufigste im Universum ist. Die irdischen Möglichkeiten zur technischen Nutzung von Plasmen sind dagegen noch sehr jung (rund 100 Jahre). Die Plasmatechnologie zählt Aufgrund der Vielfalt der Nutzungsmöglichkeiten zu den Schlüsseltechnologien des 21ten Jahrhunderts.

Plasmatechnologie umfasst

- Plasma Lichtquellen
- Plasma als Arbeitsmittel
- Plasma als Stoffwandler

Technische Plasmen erscheinen unter zahlreichen Begriffen wie Niederdruckplasma, Gasentladung, "kaltes Plasma", Glimmentladung oder Nichtgleichgewichtsplasma und beschreiben

doch im Wesentlichen das gleiche Phänomen aus den unterschiedlichen Blickwinkeln, die durch die Geschichte oder die jeweilige Anwendung des Benutzers bestimmt werden.

4.1.1 Plasma Parameter

Ein Plasma, insbesondere eines, das in molekularen Gasen oder Gasmischungen betrieben wird, enthält eine große Zahl von unterschiedlichen neutralen und geladenen Teilchen. Üblicherweise ist nur ein Teil dieser verschiedenen Spezies für eine technologische Anregung nutzbar. Die Bemühungen zur Untersuchung und Beschreibung von Plasmen gehen also dahin, Parameter zu finden, für die die gewünschte Wirkung bezogen auf die eingesetzten Ressourcen wie Energie und Material, besonders intensiv in Erscheinung tritt. Dazu gehören zunächst

- die Neutralteilchendichte n_n .
- die Elektronendichte n_e und Ionendichte n_i , wobei diese Dichten für quasineutrale Plasmen gleich sind und oft als Plasmadichte n bezeichnet wird.
- die Energieverteilung der Ionen, Elektronen und Neutralteilchen

Die Plasmadichte ist ein wichtiger Parameter, weil sie für viele plasmatechnologische Anwendungen proportional zur Wirkung (Ätzrate, Beschichtungsrate, Lichtemission) ist, auch wenn die eigentliche Wirkung in einem meist nichtlinearen und komplexen Zusammenhang zur Plasmadichte steht. Dennoch ist klar, dass die Energieaufnahme des Plasmas über die geladenen Teilchen erfolgt, und diese damit den Antrieb für Folgereaktionen im Plasma bilden. Da, wie sich später zeigen wird, für die meisten technologischen Plasmen eine Hochfrequenzanregung verwendet wird, spielen vor allem die leichten Elektronen für die Plasmaanregung eine dominante Rolle.

Ein analoger Ausdruck zur Plasmadichte ist der Ionisationsgrad (n_i/n_n), mit dem das Verhältnis von Ionen- zu Neutralgasdichte bezeichnet wird. Er beträgt für technische Niederdruckplasmen zwischen 10^{-2} und 10^{-6} . Wie in allen Gasen ist auch in Plasmen der Stoss von Teilchen ein häufiges Ereignis. Diese Stöße sind für die Energieverteilung im Plasma wichtig. Prinzipiell werden zwei Arten von Stößen unterschieden: Stöße ohne Anregung des Stosspartners, also elastische Stöße (Billard Kugeln) und Stöße mit Anregung des Stosspartners, also inelastische Stöße. Dem gegenüber ist der Energieübertrag bei einem Stoss zwischen zwei Elektronen signifikant und führt zur Ausbildung einer Elektronenenergieverteilung, die im Niederdruck als Parameter von der Energieverteilung der schweren Teilchen wie Ionen und Neutralgas getrennt werden kann. Ist die Elektronendichte hoch, (z.B. Hochfrequenz und Mikrowellenplasmen) stellt sich in guter Näherung eine Maxwellverteilung der Elektronenenergie ein, der über die Beziehung $W_e = 3k_B T_e / 2$ eine eigene Elektronentemperatur T_e zugeordnet werden kann. Hier ist W_e die mittlere Elektronenenergie und k_B die Boltzmannkonstante. Dem gegenüber bleibt die Energieverteilung der Ionen und der Neutralgasteilchen weitgehend unverändert. Während die Elektronen durch die Energieaufnahme im elektrischen Feld hohe Temperaturen von einigen zehntausend Kelvin ($k_B T \simeq 2-5$ eV), erreichen können, wird die nach aussen messbare Gastemperatur durch Ionen- und Neutralgastemperatur bestimmt. Typische Werte liegen bei einigen Hundert Kelvin. Der Begriff "kaltes Plasma" ist für diese Art von Plasmen gebräuchlich. Mit steigendem Druck wird der Energieübertrag zwischen Elektronen und Neutralgas häufiger und effektiver. Dadurch sinkt die Elektronentemperatur und die Gastemperatur steigt. Abbildung 39 zeigt die Druckabhängigkeit der Elektronen- und Neutralgastemperatur nach Baddour et al. Da Laborplasmen (insbesondere Niederdruck-

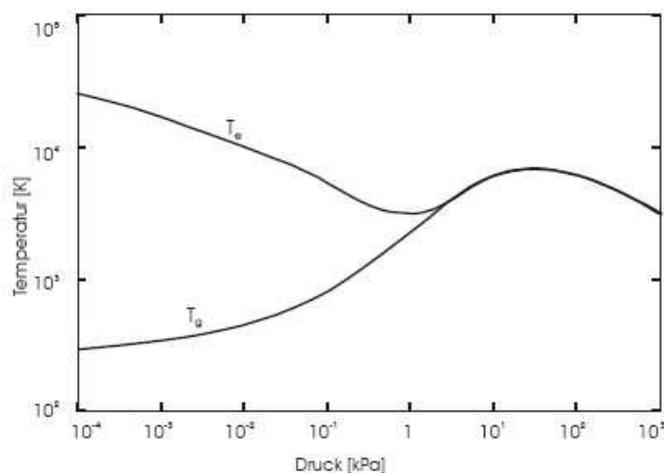


Figure 39: Druckabhängigkeit der Elektronen und Neutralgastemperaturen im Plasma (T in K, p in kPa).

Plasmen) durch Wände (auch durch Elektroden, Substrate oder Messeinrichtungen) begrenzt sind, ist die Plasma-Wand-Wechselwirkung (die die Plasmarandschicht verursacht) wichtig. An leitenden Wänden findet Rekombination der geladenen Teilchen statt. Das entstandene Neutralgas wandert zurück ins Plasma. Wie in früheren Kapitel diskutiert, bildet sich ein Wandpotential ϕ_W aus, das von den Eigenschaften der Wand (leitend oder nichtleitend, angelegte Spannung, Austrittsarbeit für Elektronen etc.) abhängt. Es ist bezogen auf das Plasmapotential ϕ_p negativ, heisst "floating potential" und führt zu einer elektronenarmen Randschicht, in der die Ionen (in technischen Plasmen können negative und positive Ionen auftreten) gemäss der entstandenen Potentialdifferenz beschleunigt werden. Das Bohm'sche Kriterium muss erfüllt sein. Bei ausreichend niedrigem Druck, wenn die mittlere freie Weglänge der Elektronen die Ausdehnung der Randschicht (einige Debye-länge) übersteigt, kann es zu hohen Potentialdifferenzen von (10-100) V kommen. Dieser sogenannte "self bias" bewirkt einen starken gerichteten Ionenbeschuss der Wand. Der Effekt wird beim Ionenätzen für Halbleiter-Mikrostrukturen eingesetzt. Das Potential der Wand kann zusätzlich durch Anlegen einer Bias-Spannung verändert werden (wie bei der Langmuir-Sonde).

4.2 Gasentladungen

Plasmalichtquellen und Plasmaprozesstechnik benutzen Gasentladungen.

Zur Ionisation der Atome und Moleküle ist Energiezufuhr erforderlich. Sie muss von Aussen zugeführt werden. Die Art und Weise der Energiezufuhr entscheidet, was für ein Plasma entsteht. Sie ist für viele Anwendungen charakteristisch und namensgebend.

Gasentladungen entstehen, wenn in einem abgeschlossenen Gasraum ein elektrisches Feld erzeugt wird. Dies geschieht entweder durch das Anlegen einer Gleich- oder Wechselspannung an zwei Elektroden im Gasraum, wobei die Gefässwand (falls leitfähig) als Elektrode (üblicherweise geerdet) mit einbezogen werden kann, oder durch das Einkoppeln von Hochfrequenz über eine Elektroden bzw. Antennenanordnung. Je nach geometrischer Ausgestaltung

der Elektroden und Antennen oder der gewählten Frequenz (Resonatoranordnung) können zwischen den Elektroden homogene oder inhomogene Felder erzeugt werden.

In der technologischen Anwendung der DC-Entladung werden überwiegend leitfähige und halbleitende Produkte behandelt. Sie können auf das Potential einer der Elektroden geschaltet bzw. in die Elektrode integriert werden. Isolierende Produkte dagegen können durch Aufladung die Feldverteilung beeinflussen und zur Inhomogenität der Plasmabehandlung führen. Aus diesem Grund werden DC-Entladungen überwiegend zur Plasmabehandlung von leitenden und halbleitenden Produkten oder zur Lichterzeugung eingesetzt.

4.2.1 Zündbedingungen

Zur Erzeugung einer Gasentladung muss irgendwo im Gasraum (meist nimmt man direkt über die Elektrodengestaltung darauf Einfluss) die elektrische Feldstärke mindestens die Zündfeldstärke erreichen, um dort ein Plasma zu zünden und zu unterhalten. Voraussetzung für einen allerersten Stromfluss im Gas ist das Vorhandensein einiger geladenen Teilchen (Elektronen und ionisierte Gasatome), an denen ein elektrisches Feld wirken kann. Diese erste Ladungsträger entstehen durch Licht (Photoionisation), kosmische Strahlung, oder natürliche radioaktive Strahlung und sind immer vorhanden (Abb. 40).

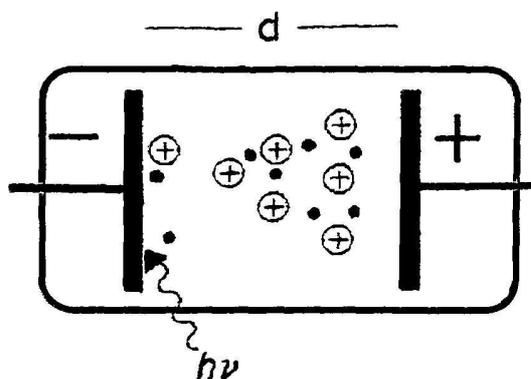


Figure 40: Schema einer Gasentladung.

In normaler Luft kann man mit etwa 2000 Ladungspaaren pro Kubikzentimeter rechnen.

Bei ausreichend grosser Feldstärke und Länge der Beschleunigungsstrecke (mittlere freie Weglänge) findet eine lawinenartige Vermehrung dieser ersten Ladungsträger statt. Es erfolgt eine "Zündung" des Plasmas.

Einfluss des Druckes

Wir betrachten zunächst ein sehr einfaches Modell, einen abgeschlossenen Gasraum mit zwei Elektroden. Ein einzelnes Elektron wird als Testteilchen zwischen neutralen Gasatomen herausgefischt und näher betrachtet. Wird eine äußere Spannung U angelegt, entsteht zwischen den Elektroden ein elektrisches Feld E_0 , indem das Elektron beschleunigt wird. Ungeachtet der übrigen Verhältnisse und ohne Magnetfelder ist damit die Bewegungsgleichung für das Elektron:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E}_0 \quad (3)$$

Hier ist m die Elektronenmasse und e die Elektronenladung. Durch einfache Integration über die Zeit t erhält man die Geschwindigkeit \vec{v} und die kinetische Energie des Elektrons erhalten:

$$\vec{v}(t) - \vec{v}_0 = -\frac{e\vec{E}_0}{m}t$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2(t) = \frac{e^2E_0^2}{2m}t^2 \quad (\text{mit } v_0 = 0) \quad (4)$$

Die Zeit, in der das Elektron ungestört im Feld beschleunigt werden kann ist für die Energieübertragung massgeblich. Diese Zeit wird durch Stösse an anderen Teilchen beschränkt.

Da das Feld eine Vorzugsrichtung hat und die Beschleunigung in Feldrichtung erfolgt, wird das Elektron bei einem Stoss aus dieser Richtung abgelenkt. Die kinetische Energie verteilt sich dadurch in alle Raumrichtungen. Die Komponente des Geschwindigkeitsvektors in Feldrichtung nach dem Stoss hängt vom Stoss selbst ab und kann für den Fall des Rückstosses auch negativ werden. Nach dem Stoss wird das Elektron erneut in Feldrichtung beschleunigt. Die elastischen Stösse sind also für die Akkumulation von Energie notwendig, um ausreichend kinetische Energie für inelastische Stossprozesse wie Stossionisation oder atomare bzw. molekulare Anregungen zu erreichen. Wir nehmen als Mass die mittlere stossfreie Zeit $\tau_m = 1/\nu_m$ (ν_m ist die mittlere Stossfrequenz aus dem Kapitel über Transport) und als Mittelwert

$$v_m = \frac{eE_0}{2m}\tau_m$$

$$E_{mit} = \frac{e^2E_0^2}{8m}\tau_m^2 = \frac{e^2E_0^2}{8m\nu_m^2} \quad (5)$$

Da die Stossfrequenz $\nu_m \sim n_n\langle\sigma\rangle\sqrt{k_B T/m}$ proportional zur Neutralteilchendichte ist und $p = n_n k_B T$, wird die Bedeutung des Drucks für die Entstehung von Plasmen deutlich. Ist der Druck zu niedrig, wird die Beschleunigung des Elektrons kaum behindert und hohe Teilchenenergien erreicht. Allerdings stehen auch nur wenige Stosspartner zur Verfügung, die angeregt oder ionisiert werden können. Bei zu niedrigem Druck kann wegen der geringen Stossfrequenz kein Plasma gebildet werden. (Ausnahme hiervon ist das ECR-Plasma, wo durch äussere Magnetfelder der Weg des Elektrons in Richtung des E-Felds verlängert wird und damit die Stoßfrequenz steigt). Ist der Druck zu hoch, ist die Stossfrequenz so hoch, dass kaum Energie im elektrischen Feld aufgenommen werden kann. Diese Energie verteilt sich durch die häufigen Stösse auf alle Teilchen und die Akkumulation der Energie in andere Raumrichtungen gerät zur Thermalisierung. Bei zu hohem Druck wird das Gas heisser, aber kein Plasma wird gezündet. (Ausnahme hiervon ist der Lichtbogen, der durch eine starke Erhöhung des elektrischen Feldes erreicht wird).

Die Anregung oder Ionisation als inelastischer Stoss betrachtet ist ein sehr effizienter Weg der Energieübertragung, allerdings sind die bisher lapidar mit Stoss bezeichneten Prozesse sehr viel komplexer und stark von der verwendeten Gasart, der Teilchenenergie und dem jeweiligen, quantenmechanischen Zustand der Stosspartner abhängig. Darüber hinaus treten natürlich noch weitere Stossprozesse auf, die ebenfalls Ladungsträger erzeugen können. Diese sind Stösse von Ionen oder Elektronen an Wänden, den Elektroden oder über den Photoeffekt der Rekombinationsstrahlung an den Oberflächen ausgelöste Elektronen.

Quantitativer: Sei α die Wahrscheinlichkeit pro Längeneinheit, dass ein Elektron auf dem Weg von der Kathode zur Anode durch die im E-Feld gewonnene kinetische Energie bei

einem Stoss mit einem neutralen Atom zur Ionisation desselben führt (α heisst erste Townsend Koeffizient). Die Zahl der entstandenen Elektronen wird dann durch

$$\frac{dN}{dx} = \alpha N \quad (6)$$

beschrieben. Daraus folgt

$$N(x) = N_0 e^{\alpha x} \quad 0 < x < d$$

(d ist der Abstand zwischen den Elektroden). Die immer weiter fortschreitende Vermehrung freier Ladungen und der somit weiter steigende Strom müssen durch einen geeigneten Widerstand begrenzt werden. Es stellt sich dann ein konstanter Strom und die "Brennspannung" zur Aufrechterhaltung der Entladung ein. In elektrisch erzeugten Plasmen kommen Ströme im Bereich von Bruchteilen eines Mikroampere bis über ein Megampere fliessen, während die Brennspannungen von einigen Volt bis mehrere Kilovolt reichen können. Entsprechend verschieden sind die daraus resultierenden Plasmen.

Unterhalb eines gewissen Gasdrucks tritt eine stationäre Entladung ein. Es werden kontinuierlich weitere Elektronen erzeugt. Dies geschieht zunächst durch Stösse der erzeugten Ionen mit der Kathodenmaterial. Die Zahl dieser "Sekundärelektronen" pro Ion ist durch den dritten Townsend Koeffizient γ (eine Materialkonstante) beschrieben. Typische Werte sind $\gamma = 0,01 - 0,1$. Eine selbständige Entladung tritt ein, wenn ein Elektron auf dem Weg zur Anode mindestens ein weiteres Elektron erzeugt. Zündung erfolgt, wenn

$$\gamma(e^{\alpha d} - 1) > 1 \quad (7)$$

Die Aufbauzeit einer Entladung ist gewöhnlich einige Mikrosekunden (bestimmt durch Ionenübergangszeiten in der Gasstrecke). Zündungsverzögerungen können durch Vorionisation durch äussere Quellen reduziert werden.

Für die Zündung ist eine Mindestspannung erforderlich, die vom verwendeten Gas, dem Druck und der Geometrie der Entladungsanordnung abhängt. Schon 1889 wurde die Abhängigkeit der minimalen Zündspannung U_Z vom Druck p und Elektrodenabstand d von F. Paschen untersucht. Er hat festgestellt, dass U_Z im wesentlichen vom Produkt pd abhängt. Die Abhängigkeit der Zündspannung U_Z vom Druck p und Elektrodenabstand d kann nach folgendem Zusammenhang wiedergegeben werden:

$$U_Z(pd) = \frac{C_1 \cdot (pd)}{\ln(pd) + C_2} \quad (8)$$

wobei C_1 und C_2 gasabhängige Konstanten sind.

Für grosse pd -Werte ist die Zündspannung proportional zu pd . Diese Abhängigkeit heisst Paschengesetz. Es beschreibt die Abhängigkeit der Entladung von den Sekundärelektronen. Für kleine Elektrodenabstände oder kleine Drucke sind einerseits die aus der Kathode emittierten Sekundärelektronen für die Zündspannung massgeblich, andererseits können die Elektronen im elektrischen Feld nicht ausreichend Energie zur Generation von Sekundärelektronen aufnehmen. Damit zeigen die Paschen-Kurven ein Minimum zwischen diesen beiden Extrembedingungen. Bei Luft liegt das Minimum bei $pd \simeq 1 \text{ Pa m}$ (s. Abb.41). Die Paschen-Kurve mit ansteigenden Zündspannungen links und rechts vom Minimum lässt sich erklären: Bei

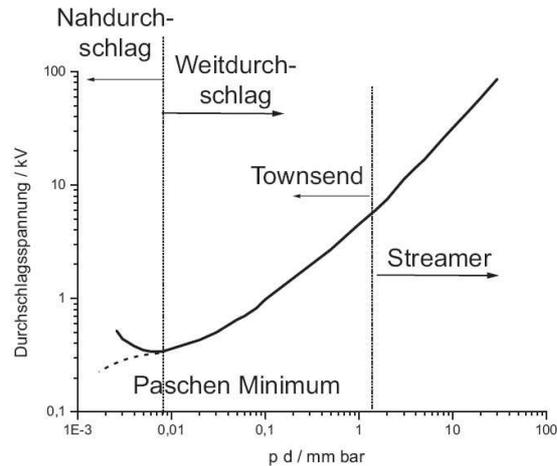


Figure 41: Paschenkurve für Luft

zu kleinen Drucken gibt es nicht genug Stosspartner. Bei zu hohen Drucken wird die freie Weglänge zu klein und dadurch wird die Energieaufnahme behindert. Aus dem Bild folgt auch das bekannte Durchschlagsfeld von ca. 30 kV/cm. Bei anderen Gasen verschieben sich die Paschen-Kurven. Helium und Neon haben kleinere Durchschlagsspannungen mit einem Minimum bei höherem Druck.

4.2.2 DC-Entladungen

DC-Entladungen sind Gasentladungen, die der Bezeichnung nach mit Gleichspannung gezündet und betrieben werden. Da sich in einem solchen Plasma das Gleichgewicht zwischen der Ladungsträgererzeugung und Verlustmechanismen, sowie die entsprechenden Elektronen- und Ionenströme bzw. die entsprechenden Potentiale sehr schnell ausbilden, verhält sich die Entladung auch bei niederfrequenter Wechselspannung bis ca. 50 kHz (aber deutlich unter der Ionenplasmafrequenz) wie eine DC-Entladung und wird deshalb ebenfalls so bezeichnet.

Bei DC-Plasmen wird die Spannung so gross gewählt, dass Ladungsträger im elektrischen Feld stark beschleunigt werden, so dass ihre Energie wiederum zur Stossionisation ausreicht. Dieser Effekt setzt sich im Gasraum lawinenartig fort und führt zu einem sprunghaften Stromanstieg, der die Entladung in Form eines Lichtbogens oder einer Glimmentladung erhält (selbständige Entladung). Diese Entladung füllt in der Regel den Gasraum zwischen den Elektroden aus und wird als Volumenentladung bezeichnet. Wird der Gasdruck im atmosphärendrucknahen Bereich gewählt, sind die Verluste durch Rekombination, Stossthermalisierung und Lichtemission meist zu gross um eine Volumenentladung aufrecht erhalten zu können. Die Entladung konzentriert sich dann auf einen oder mehrere schmale Kanäle zwischen den Elektroden (Streamer) und wird Lichtbogen genannt.

4.2.3 Überblick der Entladungsarten

Die DC-Entladungsarten lassen sich nach steigendem Stromfluss einteilen. Bei Gleichstrom treten zuerst die "Dunkelentladungen", dann die Glimmentladungen und anschliessend die Bogenentladungen auf. Diese drei typischen Entladungsarten sind durch Übergangsformen verbunden. Die allgemeine Form einer Strom- Spannungs-Charakteristik einer longitudinalen

Gasentladung ist in Abb. 42 schematisch dargestellt. Für kleine Spannungen (A) ist der differentielle Widerstand hoch, der Stromfluss ist vernachlässigbar. Die wenigen vorhandenen Ladungsträger gehen durch Anlagerung an Wände und durch Rekombination verloren. Die primären Ladungsträger erreichen die Elektroden meist nicht. Erst bei ausreichender

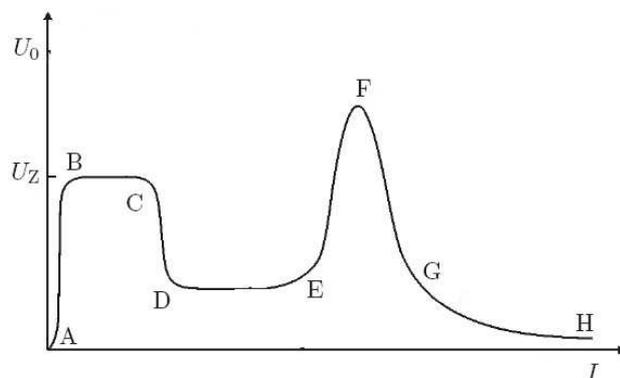


Figure 42: Typische Strom-Spannungs-Kennlinie einer longitudinalen Gasentladung: A-B: unselbständigen Entladung; B-C: Zündbereich (Townsend Entladung); C-D: Die Entladung zündet und kann nun auch mit geringerer Leistung aufrechterhalten werden; D-E: Glimmentladung; E-F: die Spannung steigt wieder an (”anormale Glimmentladung”); F-H: Lichtbogen. Die Kathode wird so heiss, dass thermische Emission von Elektronen stattfindet.

Feldstärke gelangen alle Ladungsträger auch zu den Elektroden. In diesem Sättigungsbereich ist der Strom nahezu unabhängig von der Spannung. Dies ist der Bereich der unselbständigen Entladung (A-B). Die Ströme sind kleiner als einige μA . Mit Erreichen der Zündspannung U_Z werden die Ionen stark beschleunigt und erzeugen beim Aufprall auf die Kathode Sekundärelektronen. Gleichzeitig werden neue Ladungsträger durch Stossionisation erzeugt. Dies ist der Bereich der Townsend Entladung (B-C). Die Entladung zündet und kann nun auch mit geringerer Leistung aufrechterhalten werden (C-D). Die Ladungsträgergeneration gleicht die Ladungsträgerverluste aus, die Entladung ist selbständig. Wird die elektrische Leistung weiter erhöht, wächst der Strom durch die Produktion weiterer Sekundärelektronen, die im Wesentlichen auf die Plasmabelegung einer größeren Kathodenfläche zurückzuführen ist. Dies ist der Bereich der normalen Glimmentladung (D-E). Der Strom beträgt typischerweise 1 mA bis ca 100 mA, die Spannung liegt zwischen 70 V und einige 100 V (siehe nächster Abschnitt). Eine Strombegrenzung (z.B. durch einen Vorwiderstand) erhält unter diesen Bedingungen die Entladung aufrecht und wirkt sich überwiegend auf die geringere Plasmabelegung der Kathode aus (weniger Sekundärelektronen) womit auch weniger Elektronen zur Stossionisation im Volumen zur Verfügung stehen. Erlaubt man bei gleicher Spannung einen grösseren Stromfluss (Leistungserhöhung), wird auch mehr Kathodenfläche und damit mehr Sekundärelektronen in das Plasma mit einbezogen. Dieser Bereich ist vor allem für lichttechnische Anwendungen interessant.

Wird trotz vollständig mit Plasma belegter Kathode die Spannung weiter erhöht (E-F), wird der Ladungsträgertransport durch typische, plasmaspezifische Abschirmvorgänge bestimmt, die durch das deutlichere Auftreten von Lichtemission und Dunkelräumen zwischen

den Elektroden erkennbar wird und besonders an der Kathode zu noch stärkeren Potential-sprüngen führt. Dieser Bereich heisst "abnormale Glimmentladung" und ist wegen dieser Potentialsprünge gerade für die Plasmabehandlung von Oberflächen interessant, weil im damit verbundenen elektrischen Feld Ionen auf die (üblicherweise als Kathode geschalteten) Substrate beschleunigt werden können. Dabei kann auch Kathodenmaterial herausgeschlagen werden. Man nutzt diesen Effekt als "Sputtern" (Zerstäuben).

Wird die Leistung noch weiter erhöht, heizt sich die Kathode bis zur thermischen Emission von Elektronen auf, die Entladung wird zum Lichtbogen (F-H), mit $I \geq 1 \text{ A}$ und Spannung im Bereich 10 V bis 50 V (s. Abschnitt (1.2.6)).

4.2.4 Unselbständige Entladung

Die Dunkel- oder unselbständige Entladungen zeichnen sich dadurch aus, dass die Feldstärke zwischen den Elektroden nicht zur Stossionisation ausreicht (kein Plasma) und deshalb ein Teil des Gases nur durch einen äusseren Einfluss (z.B. aus natürlicher Radioaktivität oder durch den Photoeffekt erzeugten Ladungsträger) ionisiert wird. Der Stromfluss ist sehr gering und steigt nur an, wenn die Ladungsträgerzahl durch besagte Effekte ansteigt. Solche Entladungen werden technisch als Licht- oder Strahlungsdetektoren wie Zählrohre oder Photomultiplier eingesetzt.

4.2.5 Glimmentladungen

Als Glimmentladungen werden DC-Entladungen bezeichnet, bei denen zwischen zwei Elektroden eine Gleichspannung geschaltet wird. Dabei wird die negativ geladene Elektrode als Kathode und die positiv geladene Elektrode als Anode bezeichnet. Demnach bewegen sich also positive Ionen (Kationen) zur Kathode und Elektronen bzw. negative Ionen (Anionen) zur Anode. Typische Betriebsbedingungen sind ein Gasdruck zwischen 10 Pa und 100 Pa, eine Betriebsspannung (nach der Zündung) von 50 bis einigen hundert Volt und einem Strom von 1 mA bis ca 100 mA.

Glimmentladungen sind in ihrer Erscheinungsform stark vom Druck, von der verwendeten Gasart und von der Geometrie des Vakuumgefässes abhängig. Abb.43 zeigt eine typische Glimmentladung in einem Rohr. Auffallend sind bei Glimmentladungen die unterschiedlich leuchtenden Strukturen im Plasmaraum zwischen Kathode und Anode.

Im Bereich unmittelbar vor der Kathode (im Kathodenfall) fällt der Grossteil der Brennspannung ab. Im wesentlichen ist dieser Bereich die früher beschriebenen Plasma-Randschicht, mit vielen Ionen und wenigen Elektronen. Dies ist in den Kurven Spannungsverlauf und Ladungsdichte aus Abb. 44 ersichtlich. Die Kathodenfall-Spannung hängt von der Austrittsarbeit des Kathodenmaterials und von der Ionisierungsenergie des Gases ab. Ionen, die in diesem Bereich erzeugt werden, erfahren im starken elektrischen Feld des Kathodenfalls eine starke Beschleunigung zur Kathode. Beim Auftreffen setzen sie dort Elektronen frei, die dann auch beschleunigt werden.

Astonscher Dunkelraum:

Die Sekundärelektronen, die durch den Aufprall der Ionen auf der Kathode entstehen, haben in unmittelbarer Nähe der Kathode noch zu wenig Energie um die Lichtemission durch Stösse anzuregen. Deshalb bleibt dieser Raum dunkel. Er ist meist sehr dünn und unter

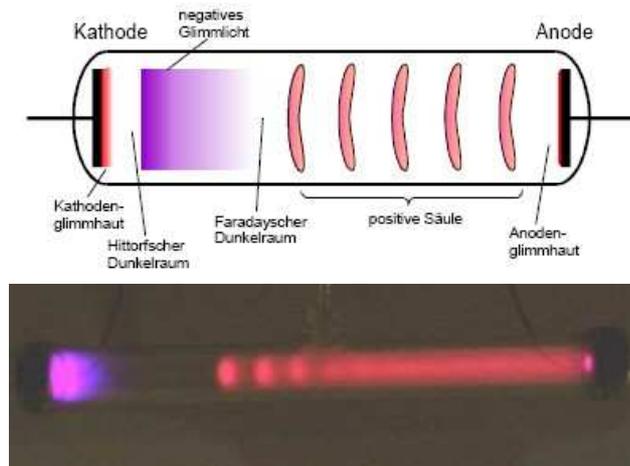


Figure 43: Charakteristisches Erscheinungsbild einer Glimmentladung. Der Bereich zwischen Kathode und positiver Säule ist in der Skizze zur Verdeutlichung stark gestreckt. Das Photo zeigt die realen Verhältnisse für ein Luftplasma.

der Kathodenglimmhaut nur schwer zu erkennen.

Kathoden Glimmhaut:

Der Bereich des sichtbaren Lichts und das nahe UV benötigen Anregungsenergien liegt im Bereich von einigen Elektronenvolt. Wenn die Sekundärelektronen diese Energie aufgenommen haben, findet Lichtemission statt. Das Ende dieses Bereichs entspricht der Reichweite solcher Elektronen. Die Kathode ist deshalb mit einer leuchtenden Haut von meist nur wenigen Millimetern Dicke überzogen.

Kathodendunkelraum (Hittorf oder Crookes Dunkelraum):

Der Kathodenfall bewirkt die Beschleunigung der Elektronen, die dann in einem grösseren Abstand zur Kathode bereits soviel Energie (15-30 eV) aufgenommen haben, dass es zur Stossionisation ausreicht. Es werden also Elektronen und Ionen erzeugt. Nach der Stossionisation ist deshalb zu wenig Energie für die Anregung der Lichtemission übrig.

Negatives Glimmlicht:

Die im Kathodendunkelraum erzeugten oder durch Stossionisation abgebremsten Elektronen werden auf dem Weg zur Anode weiter beschleunigt, bis sie wieder ausreichend Energie zur Lichtemission haben. Diese Leuchterscheinung ist zur Kathode hin scharf begrenzt und heisst "Negatives Glimmlicht". Es wird wegen seiner spannungsabhängigen Eigenschaften als Kontroll- und Anzeigenlämpchen genutzt. Durch geringen Elektrodenabstand werden kleine Baugrößen realisiert und die nachfolgende positive Glimmsäule unterdrückt.

Faraday'scher Dunkelraum:

Das negative Glimmlicht wird zur Anode hin schwächer und geht in den Faraday'schen Dunkelraum über, weil die Elektronen wiederum so viel Energie verloren haben, dass die Leuchtanregung nicht mehr aufrecht erhalten werden kann. Die Elektronen werden wieder im Faradayschen Dunkelraum beschleunigt.

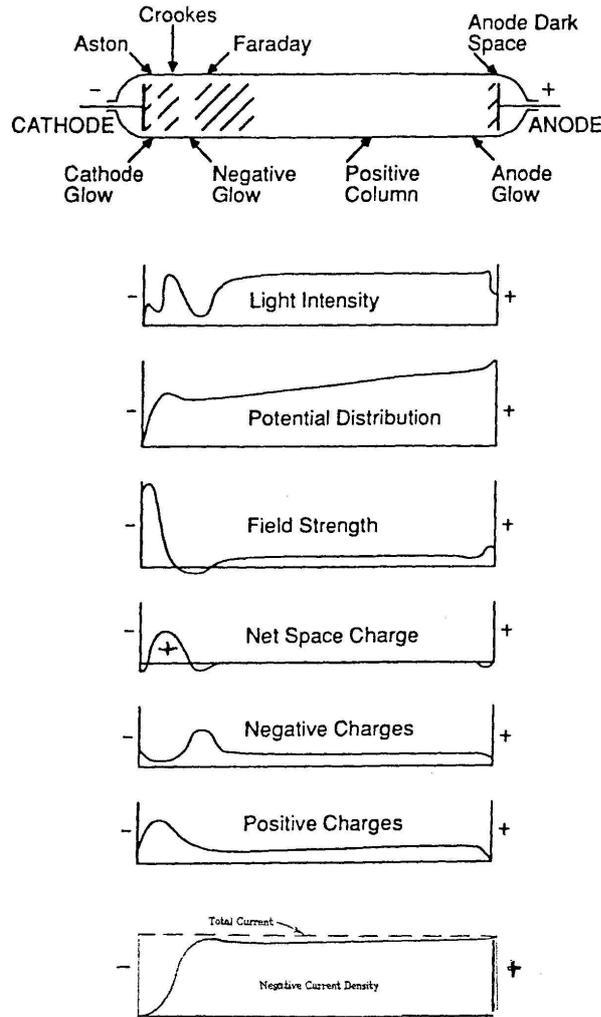


Figure 44: Zonen einer Glimmentladung und Verlauf einiger Parameter.

Positive Säule:

Die positive Säule ist die bekannteste Eigenschaft solcher Entladungen. Ihre Länge wird durch den Elektrodenabstand bestimmt und hat keine bekannten oberen Grenze. Die im Faraday'schen Dunkelraum aufgenommene Beschleunigungsenergie reicht in der positiven Glimmsäule zur Anregung der Lichtemission sowie auch Stossionisierung wieder aus. Entlang der positiven Säule herrscht ein annähernd konstantes Potentialgefälle, die elektrische Feldstärke ist klein. Dieser Bereich ist quasineutral. Verluste zur Gefäßwand entstehen durch ambipolare Diffusion und dort wird auch eine Randschicht gebildet, mit

$$\Delta\Phi \approx k_B T_e / 2e \approx (1 - 2) V$$

Die Ladungsträger, die durch Rekombinationen an der Rohrwand verloren gehen, müssen durch Stossionisation ersetzt werden. Unter bestimmten Bedingungen (Verhältnis zwischen Potentialgefälle und Strom) entsteht entlang der gesamten Säule ein Gleichgewicht zwischen

Verlust durch Rekombination und Erzeugung durch Stossionisation. Dem entsprechend ist auch die Lichtemission weitgehend gleichmässig verteilt. Das Plasma in der Säule besteht aus einem Gemisch von neutralen Atomen (Molekülen), positiven (schweren) Ionen, die sich unter Feldeinfluss kaum bewegen, sowie den Elektronen. Es herrscht Quasineutralität. Der Stromtransport erfolgt auf Grund der hohen Beweglichkeit fast ausschliesslich durch die Elektronen. Wenn durch Stossionisation zu viele neue Ladungsträgerpaare erzeugt werden, dann bilden sich lokale Raumladungswolken. Die positiven schweren Ionen setzen sich nur langsam in Bewegung, mit ihren elektrischen Anziehungskräften bremsen sie die Elektronen. Dies führt zu einer Schichtung der Leuchterscheinungen mit Dunkelräumen, in denen überschüssige Ladungsträger durch Rekombination wieder abgebaut werden. Diese Schichtungen sind sehr stark vom Druck abhängig.

Die positive Glimmsäule ist oft die am weitesten ausgedehnte Leuchterscheinung und wird in Leuchtstoffröhren lichttechnisch genutzt. Weil die Wände aber das Gleichgewicht von Energieverteilung und Elektronendichte beeinflussen sind Leuchtstoffröhren nicht kugel- sondern rohrförmig, wobei das Rohr sehr lange (Elektrodenabstand) und wie bei Energiesparlampen oder Leuchtreklame auch gebogen sein darf.

Anodenfall:

Den Abschluss der verschiedenen Entladungszonen bildet sich der Anodenfall, dessen Polarität variabel ist. Ist die Oberfläche der Anode kleiner als die Plasma-Querschnittsfläche, so baut sich ein Elektronen-beschleunigendes Potential auf, das die effektive Anodenfläche vergrössert. Dieses Potential bleibt unter der Ionisierungsspannung des Gases. Ist die Anodenfläche gross, so müssen die ankommenden Elektronen verzögert werden und der Anodenfall wird negativ. An der Anode werden wie an jeder anderen Oberfläche Gasatome adsorbiert (durch molekulare Anziehungskräfte angelagert). Diese neutralen Gasatome werden durch die Elektronenstösse zum Leuchten angeregt. Bestimmte Gase sind "elektronegativer", d.h. sie können bei Stossprozessen auch kurzzeitig ein zusätzliches Elektron anlagern, so dass das Ion negativ wird. Wenn solche Gase (z.B. Iod) im Entladungsraum vorhanden sind, bilden diese Ionen auch an der Anode eine Glimmhaut mit einem schmalen anodenseitigen Dunkelraum.

Zusammenfassend stellt man fest, dass im Kathodenfall (auch im Crook'schen Dunkelraum und im negativen Glimmlicht) die Prozesse longitudinal ablaufen, mit $n_i \gg n_e$. Hier ist E_z gross und der Strom wird vorwiegend von den Ionen getragen. Im Glimmlicht ist E_z klein und $n_e \simeq n_i$. Das Potential justiert sich so, dass der Ionenstrom auf der Kathode ungefähr gleich dem Elektronenstrom zur Anode ist.

In der positiven Säule gilt auch $n_i \simeq n_e$ und E_z ist klein. Der Strom wird vorwiegend von den Elektronen getragen. Die Prozesse sind eher radial (ambipolare Diffusion). In der "Pre-Sheath" (der auslaufende Bereich des Kathodenfalls) gilt auch $n_i \simeq n_e$. Das Potential beträgt $e\Phi \approx -0,5 k_B T_e$ damit die Ionen auf die Schallgeschwindigkeit ($v_s \simeq \sqrt{k_B T_e / m_i}$) beschleunigt werden können. Auch gilt

$$n_e \approx n_0 e^{-e\Phi/k_B T_e}$$

Am Schichttrand erhält man $n_e \approx n_0 e^{1/2} \approx 0,6 n_0$ und der Spannungsunterschied über die Schicht ist etwa

$$\Phi_w \approx k_B T_e / e \ln(m_e / m_i)$$

Er kann ca 20 eV betragen (bei Argon). Typischerweise ist das Plasma schwach ionisiert mit $n_e/n_n \approx 10^{-4} - 10^{-5}$. Die Temperaturen sind $T_i \approx T_n \approx 300$ K bis 700 K und $T_e \approx (1 - 5) eV/k_B$.

Die Energieverteilung der Ionen im Kathodenfall kann wichtig sein. Stösse mit den Neutralgasatomen (elastisch und Ladungsaustausch) können einen Einfluss haben.

Wenn der Druck zu niedrig ist (kleiner als 10^{-6} atm), können die Elektronen den Kathodenfall ohne Stösse überqueren. Bei höherem Druck finden Ionisierungs-Stösse statt und die Elektronendichte nimmt zu.

Höhere Drücke als 10^4 Pa erlauben keine Glimmentladungen mehr, da die freien Weglängen zu klein werden und Elektronen nicht mehr genug Energie zur Erzeugung neuer Ladungsträger aufnehmen können.

4.2.6 Bogenentladung

Wir erinnern uns an den Strom-Spannungs Charakteristik in Abb. 42, (F-H). Wird der Entladungsstrom durch Anlegen immer höheren Spannung an die Elektroden einer Entladung so erhöht, dass an der Kathode Stromdichten erzwungen werden, die wesentlich höher als für Glimmentladungen typisch, dann wird die Kathode durch Ionenbeschuss so stark erhitzt, dass Elektronen thermisch emittiert werden (dies passiert schon bei ca. 1000°C). Nun gibt es eine zusätzliche Quelle für Elektronen (nicht nur Stossionisation durch den vorhandenen Elektronen). Die axiale Feldstärke sinkt drastisch ab und damit auch die Brennspannung. Man redet von einer Bogenentladung (arc discharge).

Die Brennspannung liegt nun typischerweise bei 10 V bis 50 V (zum Vergleich: einige 100 V bei Glimmentladungen). Der Strom ist meistens ≥ 1 A. Der Kathodenfall ist vergleichbar mit dem Ionisationspotential der neutralen Atome. Die Elektronenemission erfolgt im wesentlichen durch Aufheizen der Kathode, manchmal unterstützt durch eine äusseren Heizquelle. Bei ausreichend hohem Druck bildet sich auf der Kathode eine begrenzte Ansatzstelle der Entladung (Brennfleck). Dort erreichen die Stromdichten Werte um 10^7 A/cm²(!) bei einer Temperatur von mehreren 1000 Grad. Dies kann zum Verdampfen von Kathodenmaterial führen.

Bei dieser grossen Stromdichte an der Kathode (bei Kohlekathoden ca 400-5000 A/cm²) ist der Entladungsstrom entsprechend gross und die Schichten und Zonen, die für die Stationarität der Glimmentladung nötig waren, verschwinden. Die damit verbunden hohen Ströme und starken Leuchterscheinungen werden in Lichtbogenlampen als Mittel- und Hochdruckstrahler in der Beleuchtungstechnik eingesetzt.

Bogenplasmen werden auch für Schmelzzwecke in der Metallindustrie (Gewinnung von Stahl oder Aluminium aus Schrott) und (früher) in Hochleistungsschaltern eingesetzt. Manchmal sind sie auch unerwünschte Nebenerscheinungen in anderen Experimenten.

4.2.7 Anwendungen der DC-Entladung in der Lichttechnik

In Anbetracht der Leuchtemission einer DC-Entladung scheint es naheliegend, die Rekombination und Relaxation im Plasma durch gezielte Optimierung dieser Prozesse als Lichtquelle zu nutzen. Ein bekanntes Beispiel hierfür ist die Quecksilberdampf Lampe oder Leuchtstoffröhre, fälschlicherweise oft auch Neonröhre genannt.

Nieder- und Mitteldruckstrahler

Quecksilberdampf Lampen werden in verschiedenen Druckbereichen betrieben. Die Niederdruckquecksilberdampf Lampe kommt der zuvor beschriebenen DC-Entladung am nächsten. Die Leuchtstoffröhre besteht aus einem Rohr, das im Niederdruck mit etwas Quecksilber und Argon gefüllt ist. Die Entladung wird zwischen zwei Elektroden gezündet, wobei zwischen Kaltkathoden- und Heisskathodenlampen unterschieden wird. Das Argon erleichtert die Plasmazündung und transportiert ausreichend Energie in den Quecksilberdampf. Die Lichtemission kommt aus dem angeregten und rekombinierenden Quecksilberdampf in der positiven Säule. Die typische Quecksilberemission bei 254 nm wird durch einen Leuchtstoff, mit dem die Röhre beschichtet ist, mittels Fluoreszenz in sichtbares Licht umgewandelt. In

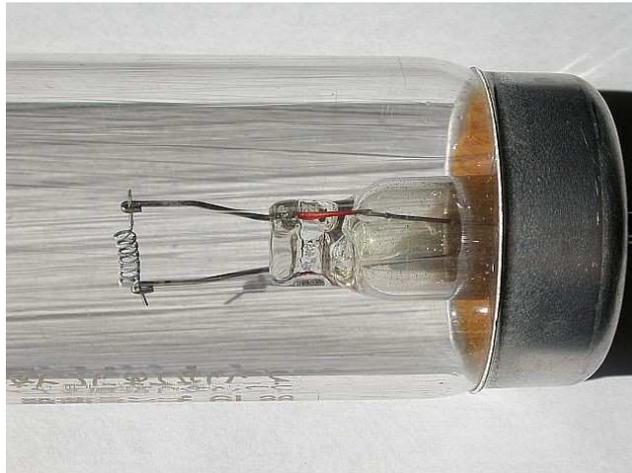


Figure 45: Heizwendel einer Heisskathodenröhre (Die fluoreszierende Leuchtstoffschicht ist nicht transparent und wurde hier weggelassen).



Figure 46: Niederdrucklampe von Philips. Die Lampe wird für die UV-Entkeimung angeboten und nutzt das Linienspektrum des Quecksilbers bei 254 nm. Sie hat deshalb ebenfalls keine Fluoreszenzschicht, was die freie Betrachtung der beiden Ringelektroden ermöglicht, die zur Optimierung der Zünd- und Betriebsbedingungen mit Widerständen aus graphitbeschichteten Quarzrohren mit der Eingangsspannung gekoppelt sind.

Heisskathodenlampen wird die Elektronenemission durch eine Glühwendel

gesteuert, in der Kaltkathodenlampe erfolgt die Elektronenemission über die beim Aufprall erzeugten Sekundärelektronen. Beide Lampentypen funktionieren identisch, unterscheiden sich aber in der Startphase und den Betriebsbedingungen. Diesen Bedingungen wird durch ein entsprechendes Vorschaltgerät Rechnung getragen.

Leuchterscheinungen, hervorgerufen durch die strahlende Rekombination von elektronisch angeregten Atomen und Molekülen, sind normalerweise Linienspektren, die charakteristischen, quantenmechanisch klar definierten Übergängen zugeordnet sind. (Ausserhalb der Lichttechnik können diese Emissionen auch zur stofflichen Klassifizierung in Plasma-Emissionsspektrometern genutzt werden). So ist zum Beispiel das gelbe Leuchten des Natriumdampfes auf ein charakteristisches Liniendublett bei ca. 590 nm, der sogenannten Na-D Linie, zurückzuführen. Diese Linien verbreitern, wenn der elektronischen Anregung noch Molekülschwingungen und Dopplereffekt überlagert sind. Dies geschieht durch hohe Temperaturen bzw. Stösse zwischen den Teilchen im angeregten Gas. Das Emissionsspektrum einer Lampe ist also stark von ihrem Betriebsdruck abhängig. Dies gilt selbstverständlich auch für

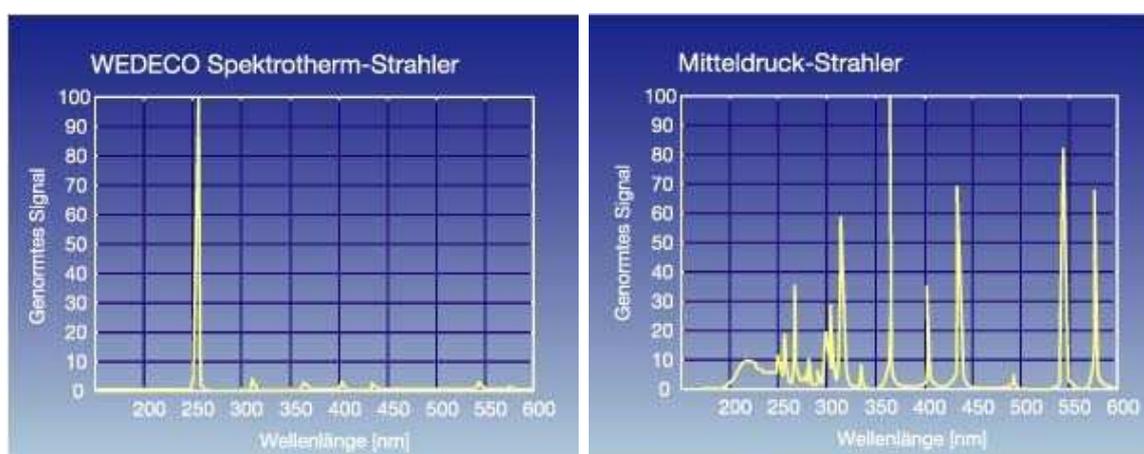
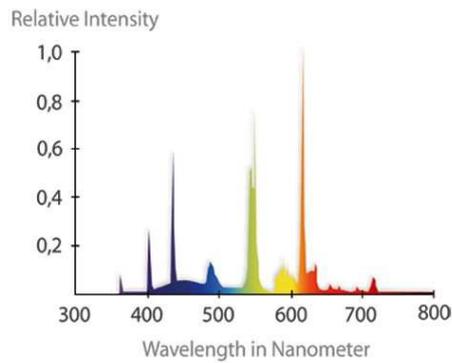


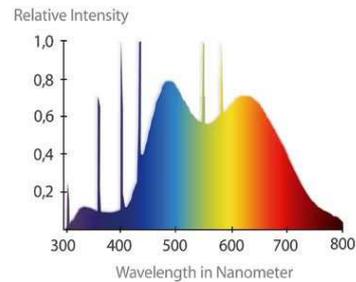
Figure 47: Links: Emission eines Quecksilberdampf-Niederdruckstrahlers, wie er in der Wasserentkeimung eingesetzt wird. Rechts: Emission eines Quecksilberdampf-Mitteldruckstrahlers. Die spektralen Veränderungen sind deutlich sichtbar.

Quecksilberdampf. In den nachfolgenden Beispielen der spektralen Strahlungsintensität in Abhängigkeit vom Lampendruck wird die Veränderung deutlich.

Allerdings steigt im Mittel- und Hochdruck auch die Gastemperatur. Die Lampenspektren werden in ihrer Hüllkurve einem Planck'schen Strahler ähnlicher und der rote bzw. infrarote Anteil der Emission wird im Bezug auf den Energieeinsatz bedeutend. Energiesparlampen die auf Gasentladungen basieren, werden deshalb immer mit Niederdruckentladungen aufgebaut. Allerdings ist für die Helligkeit, den Kontrast und vor allem die Farbwiedergabe einer Lichtquelle ein Linienspektrum höchst unbefriedigend. Hier hat die Evolution mit der Sonne und der zugehörigen Anpassung der Augen an diesen heißen Strahler einen Massstab gesetzt, dem nun durch trickreiche Gestaltung der Emission einer Fluoreszenzschicht Rechnung getragen wird.



**Gewöhnliche Leuchtstoffröhre
4200° Kelvin - CRI 83**



**LifeLite® Vollspektrum Tageslicht Leuchtstoffröhre
5800° Kelvin - CRI 95**

Figure 48: Links: Lichtemission der Fluoreszenzschicht einer gewöhnlichen Leuchtstoffröhre. Die Emission im sichtbaren entspricht einem Planck'schen Strahler bei 4200 K. Rechts: Lichtemission der Fluoreszenzschicht einer "Tageslichtlampe". Die Emission im sichtbaren entspricht einem Planck'schen Strahler bei 5800 K und damit ungefähr der Temperatur der Sonnenoberfläche.



Figure 49: Unterschiedliche Bauformen von Leuchtstofflampen auf Quecksilberdampfbasis.

Natriumdampf Lampen

Neben dem Fülldruck ist natürlich auch der Füllstoff für das emittierte Linienspektrum entscheidend. So ist zum Beispiel das gelbe Leuchten des Natriumdampfs auf ein charakteristisches Liniendublett bei ca. 590 nm, der sogenannten Na-D Linie, zurückzuführen. Auch diese Emission findet lichttechnische Verwendung. Natriumdampf Lampen funktionieren wie Quecksilberdampf Lampen, sie können ebenfalls bei unterschiedlichem Betriebsdruck betrieben werden (s. auch den nächsten Abschnitt). Zum Zünden der Entladung ist auch

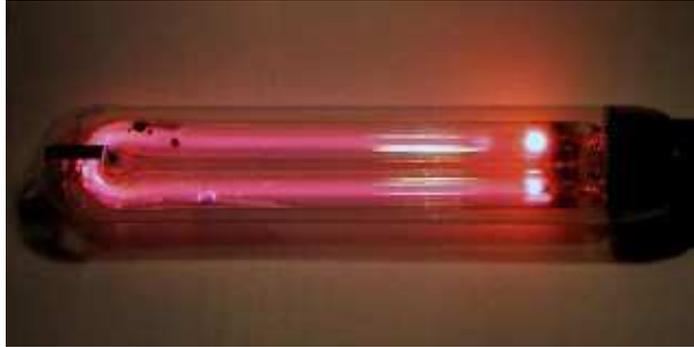


Figure 50: Na-Dampf-Lampe kurz nach der Zündung, noch nicht verdampftes Natrium verursacht die dunklen Flecken.

hier ein Edelgaszusatz erforderlich, der das in der kalten Lampe kondensierte Natrium zum Verdampfen bringt und für die schon bei der Leuchtstofflampe genannten optimalen Zünd- und Brennbedingungen sorgt. Allerdings ist der Dampfdruck des Natriums etwas geringer als

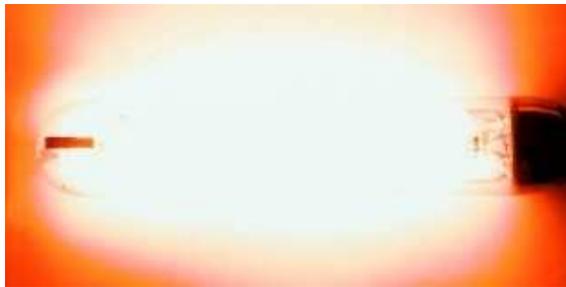


Figure 51: Natriumdampf Lampe im Sollbetrieb.

der von Quecksilber, sodass die Lampen mehr Zeit für die Vorheizung benötigen.

Wesentlicher Unterschied zwischen einer Natriumdampf Lampe und einer Quecksilberdampf Lampe besteht darin, dass der Natriumdampf mit der starken Emission bei 589 nm schon im sichtbaren Bereich emittiert. Damit wird einerseits die Umwandlung durch einen Leuchtstoff überflüssig, andererseits geht dadurch auch eine spektrale Gestaltungsmöglichkeit verloren, denn das nahezu monochromatisch gelbe Licht erlaubt keine Farbwiedergabe und wird deshalb überwiegend zur Straßenbeleuchtung und als Signal- bzw. Effektlicht eingesetzt.

Hochdruck Lampen

Bei Gasentladungs-Hochdrucklichtquellen wird keine Linienstrahlung, sondern die Strahlungsemission des thermischen Plasmas einer Bogenentladung genutzt. Als Füllgas wird meist

Xenon, Quecksilber, Natrium oder ein anderer Metaldampf verwendet; der Betriebsdruck liegt bei 100 kPa bis 1 MPa (1-10 atm). Das Licht ist sonnenlichtähnlich. Die Lichtausbeuten liegen zwischen 15 lm/W und fast 200 lm/W, die Lichtströme pro Lampe betragen mit 2 klm bis 200 klm das Zehn- bis Vierzigfache einer Niederdruck-Leuchtstofflampe. Wirkungsgrade liegen zwischen 10% und 36%.

Natrium-Hochdrucklampen erreichen, im Gegensatz zu den Niederdrucktypen, annehmbare Farbtemperaturen und Farbwiedergabe-Indizes bei recht hohen Wirkungsgraden und sehr hohen Lichtausbeuten von fast 200 lm/W. Quecksilber-Hochdruckstrahler werden erfolgreich auch mit Leuchtstoffbeschichtung verwendet.

Hochdrucklampen werden zur Ausleuchtung grosser Plätze, von Sportstadien und für Gewächshäuser verwendet. Breite Anwendung finden Hochdruck-Xenonstrahler in der Fahrzeugbeleuchtung.

Insgesamt werden in der Lichttechnik grosse Mengen an Quecksilber eingesetzt und nur unzulänglich zurückgewonnen. Aktuelle Bemühungen in Forschung und Entwicklung zielen darauf ab, Quecksilber als Leuchtstoff zu ersetzen.

Gaslaser

”Gaslaser” sind eigentlich Plasmalaser. Diese erreichen im sichtbaren Leitungen zwischen ca 1 mW (He-Ne: rot) bis über 100 W (Edelgasionen-Laser). Der Wirkungsgrad liegt bei 1%. Im Infrarot können CO₂-Laser CW-Leistungen bis zu mehr als 100 kW bei einem Wirkungsgrad von über 20% abgeben. Die Wellenlänge beträgt $\lambda = 10,6 \mu m$. Infrarotlaser werden als Bearbeitungslaser zum Schneiden und Schweißen eingesetzt.

Plasmabildschirm

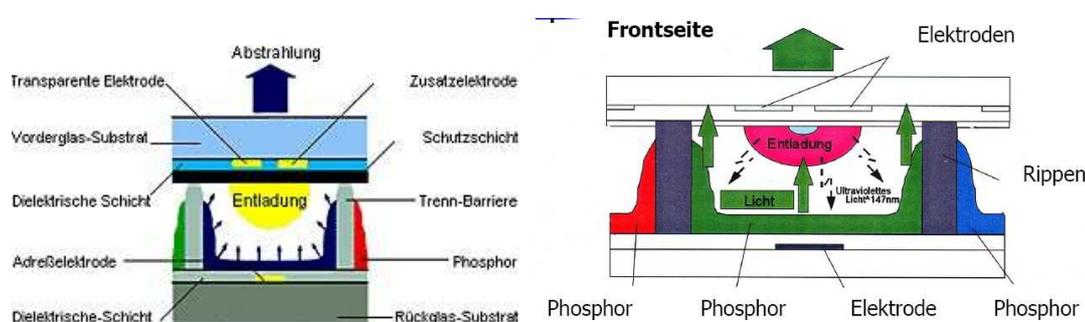


Figure 52: Aufbauschema eines Bildpunktes in einem Plasmabildschirm

Eine besondere Form der DC-Entladung ist ein einzelner Bildpunkt eines Plasmabildschirms. In Analogie zu den bisher aufgezeigten Niederdruckentladungen wird zwischen einer metallischen und einer transparenten Elektrode über eine dielektrischen Barriere ein Feld in einen Entladungsraum angelegt, das eine kurze Xenonentladung auslöst. Die UV-Emission des Xenons wird über ein phosphoreszierendes Material in eine rote, gelbe oder blaue (RGB) Emission und damit in einen farbigen Bildpunkt umgewandelt. Da jeder Bildpunkt separat angesteuert wird, lassen sich ähnlich wie im LCD-Display scharfe und flimmerfreie Bilder erzeugen. Das Eigenleuchten der Bildpunkte im Plasmadisplay erlaubt dabei eine weit höher Brillanz der Farbwiedergabe im Raum als dies durch zeilenweise Bildwiedergabe oder die

im Hintergrund beleuchteten LCD-Bildschirme möglich ist. Plasmabildschirmen verbrauchen viel elektrischer Energie.

4.2.8 Anwendung der DC-Entladung in der Prozesstechnik

DC-Entladungen werden in der Prozesstechnik zur Behandlung und Beschichtung von Oberflächen eingesetzt. Oft werden auch Hochfrequenz-Entladungen, die für spezifische Anwendungen besser geeignet sind, verwendet. Diese werden mit ihren spezifischen Eigenschaften in nachfolgenden Abschnitten behandelt.

Im Gegensatz zur klassischen Bedampfung in Hochvakuum ($p < 10^{-4}$ Pa), bei der die verdampften Teilchen fast keine Wechselwirkung untereinander haben, geschieht die plasma-technische Beschichtung in einer Niederdruckentladung, in der die plasmatypische Erscheinungen wie An- und Abregung, Ionisierung und Rekombination eine Rolle spielen. Physikalische und chemische Plasmaphasenreaktionen im Transportraum und Strukturänderungen in der zu bedampfenden Oberfläche sind nun möglich.

Plasma-Beschichtungsanordnungen sind in der Regel so aufgebaut, dass in einem Vakuumgefäß ein Plasma erzeugt wird, das mit seinen Elektroden einen deutlichen Abstand von dem zu beschichtenden Substrat aufweist. Eine Verdampferquelle liefert Materialdampf, der durch das Plasma angeregt wird. Die Plasmaaktivierung des Bedampfungsvorgangs kann durch Glimmentladungen, Bogen-, Hochfrequenz-, oder Mikrowellenentladungen erfolgen.

Die Aktivierung des Bedampfungsvorgangs kann durch Glimmentladungen, Bogen-, Hochfrequenz-, oder Mikrowellenentladungen erfolgen.

Hauptziel des Verfahrens ist oft eine Absenkung der Beschichtungstemperatur. Einige Beispiele:

Substanz	Thermisch	Plasma
Si ₃ N ₄	700°C	350°C
Sn O ₂	450-700°C	20-100°C
Ti B ₂	500-2000°C	20-600°C

Durch die Temperaturabsenkung können auch temperaturempfindliche Stoffe beschichtet werden.

DC-Entladungen in der Prozesstechnik bestehen in aller Regel aus einem über den Elektrodenabstand auf das negative Glimmlicht reduzierten Plasma. Das Plasma fungiert als Ionenquelle, während der Kathodendunkelraum mit dem Kathodenfall zur Steuerung der Ionenenergie genutzt wird. Dadurch kann über das Prozessgas und die Ionenenergie ein breites Spektrum von Oberflächenbehandlungsverfahren, Beschichtungen, Ätzprozesse bis hin zur Ionenimplantationshärtung kontrolliert werden.

Dünnschichttechnologie (DC-Sputtern)

In der Dünnschichttechnologie wird die DC-Entladung neben der später folgenden RF-Entladung auch zum "sputtern" eingesetzt. Das Wort "sputtern" kommt aus dem Englischen und bedeutet "zerstäuben". Damit ist das Zerstäuben von Kathodenmaterial gemeint. (Das "Sputtern" kann also als Beschichtungsmethode angewendet werden.) Für Sputterprozesse dient meistens eine Argon DC-Entladung als Ionenquelle. Die Ionen im Plasma werden zur Kathode hin beschleunigt. Bei einem Druck $< 10^{-3}$ mbar (ca 0,1 Pa) wird die Spannung zwischen Anode und Kathode in der Form einer abnormalen Glimmentladung so gewählt,

dass die Ionen aus der Kathode Neutralteilchen und Ionen des Kathodenmaterials (deshalb meist Target genannt) sowie Sekundärelektronen herauschlagen (Dimension einige hundert bis einige tausend Volt). Die Kathode wird aus einem Material gewählt, das für die Beschich-

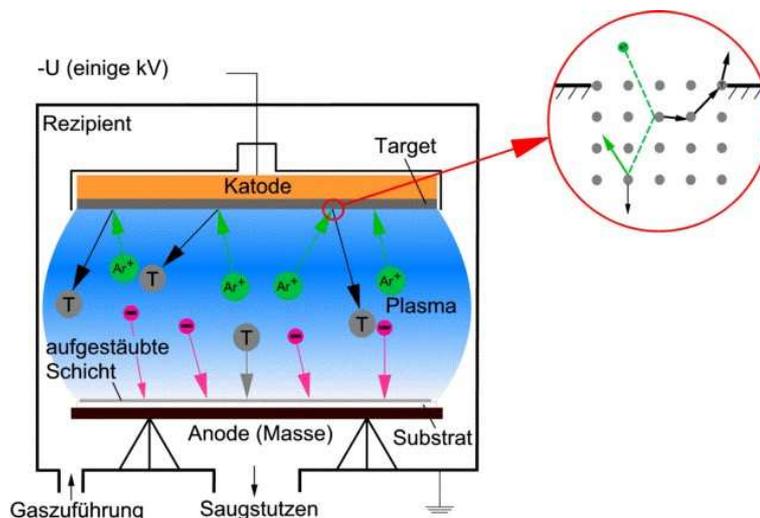


Figure 53: Schematische Darstellung des Sputterprozesses (Quelle: IPEK Uni-Karlsruhe)

ung benötigt wird. Sie wird üblicherweise als "Target" bezeichnet. Während sich die herausgeschlagenen Neutralteilchen des Targets als zerstäubtes Material auf die in der Nähe befindlichen Oberflächen und die Anode absetzen, dienen die Sekundärelektronen zum Erhalt der Entladung. Allerdings würden diese Elektronen bei einem nichtleitenden Target auch zur Aufladung und einem entsprechenden Gegenfeld führen. DC-Sputtern ist deshalb nur für leitfähige Targetmaterialien geeignet. Dabei wird das Material des Targets direkt und unverändert in die Gasphase gebracht und als solches wieder abgeschieden (s. Abb. 53).

Wegen der Vorzugsrichtung des gesputterten Materials müssen allerdings geometrische Einschränkungen, insbesondere für dreidimensionale Werkstücke, in Kauf genommen werden. Die Effizienz der Beschichtung ist weitgehend von der Reichweite der zerstäubten Teilchen und deren Energie abhängig. Dazu ist ein Druck kleiner als 10^{-3} mbar sehr hilfreich. Allerdings ist die Stossionisation der Sekundärelektronen zum Erhalt der Argonentladung schon relativ schwach. Um die Schichtabscheidung zu verbessern wird der Elektronenweg durch ein äusseres Magnetfeld verlängert und damit die Ionisationswahrscheinlichkeit bei gleichem Druck erhöht. Man spricht dann von "Magnetronsputtern". Dieser Begriff wird doppelt genutzt und hat nichts mit dem Magnetron zu tun, das zur Erzeugung von Mikrowellen verwendet wird.

Das Sputtern ist in der Dünnschichttechnologie weit verbreitet. Neben dem direkten thermischen Verdampfen oder dem Elektronenstrahlverdampfen ist das Sputtern eine physikalische Methode und zählt damit zu den PVD-Prozessen (Physical Vapor Deposition). Die Methode hat vor allem durch die Möglichkeiten der präzisen Schichtkontrolle auch auf großen Flächen stark an Bedeutung gewonnen. Man kann inzwischen davon ausgehen, dass metallische Schichten in Reflektoren und Rückkontakten von Displays oder Solarzellen überwiegend gesputtert werden.

Eine typische Anwendung ist das "Gold-sputtern" zur leitfähigen Beschichtung nichtleitender Proben in der Elektronenmikroskopie. Dabei wird die Mikroskopieprobe mit einer nur wenige Nanometer dicken Goldschicht versehen. Die Goldschicht ist chemisch inert

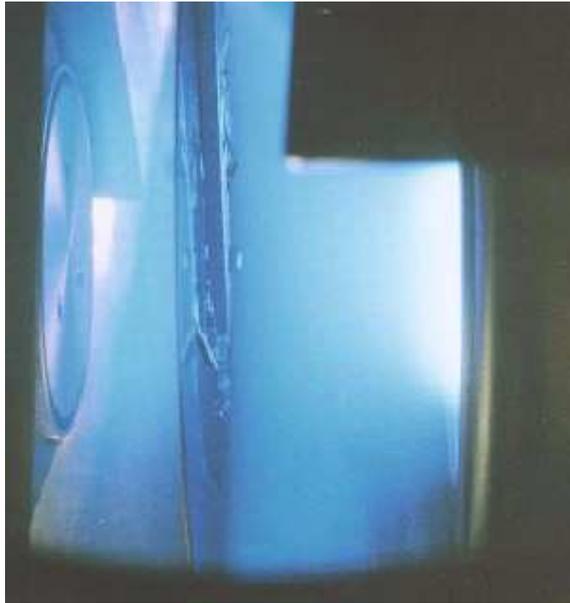


Figure 54: Sputterplasma im Betrieb (Quelle: IOE Uni-Kaiserslautern)

und leitfähig. Sie sorgt dafür, dass die Probe im Elektronenstrahl des Mikroskops nicht



Figure 55: Sputter Coater für die Elektronenmikroskopie (Quelle: Edwards Inc.)

aufgeladen wird und die Intensität der zeilenweise ausgelösten Sekundärelektronen nicht von den Schwankungen lokaler Felder beeinflusst wird (s. Abb. 55).

Sehr grosse Flächenbeschichtungen wie z.B. in der Architekturglasbeschichtung werden zur Manipulation der Transmission, Reflektion und Farbe (z.B. Wärmeschutzverglasung) in Sputteranlagen durchgeführt, die typische Glasdimensionen von 3m x 6m homogen beschichten können. Die Wärmeschutzbeschichtung ist dabei keine Einzelschicht sondern ein aufwändig zusammengestellter Schichtverbund.

In der Halbleitertechnik werden Sputterprozesse auch zur Herstellung höchst reiner und kristallographisch definierter Oberflächen genutzt. Das Material, üblicherweise in Form eines Wafers, wird normalerweise in einem nicht unterbrochenen (in-line) Vakuumprozess zu

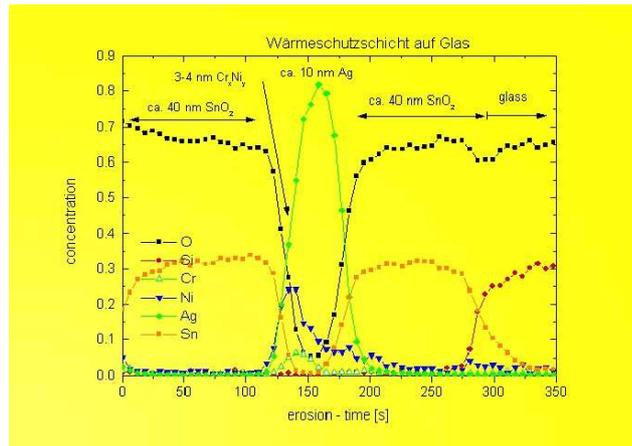


Figure 56: SNMS (Secondary Neutral Mass Spectroscopy)-Profil einer Wärmeschutzbeschichtung auf Fensterglas. Die nachgewiesenen Elemente zeigen, dass der Wärmeschutz aus einer 10nm dicken Silberschicht besteht, die in 40nm dicken Zinnoxidschichten eingebettet ist. (Quelle: IFOS Uni Kaiserslautern)

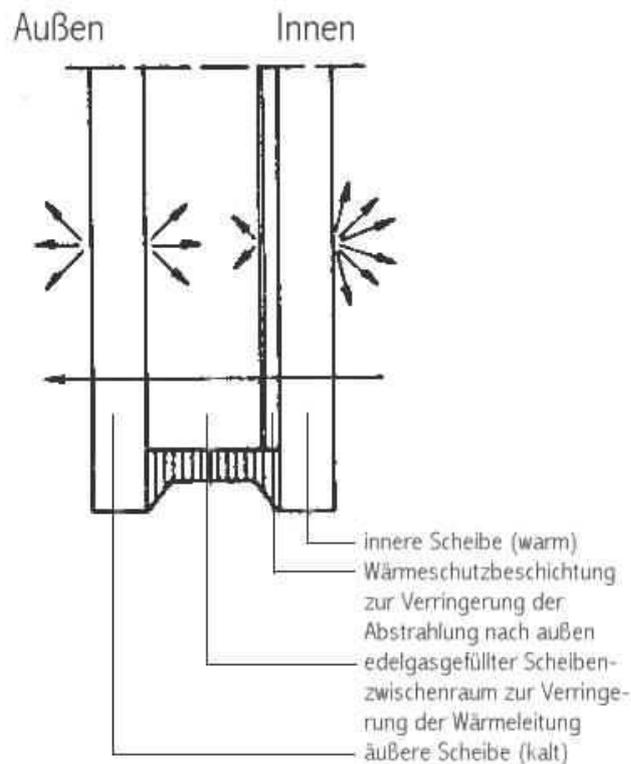


Figure 57: Aufbau einer Wärmeglas-Verbundscheibe (Quelle: FH-Deggendorf BIW)

mikroelektronischen Bauteilen verarbeitet. Die Kontaminationen der Atmosphäre in Form von Wasser, Sauerstoff oder Resten von Waschflüssigkeiten, müssen also zu Prozessbeginn im Vakuum entfernt werden. Dazu wird der Wafer in einer DC-Entladung als Target geschaltet und einem Argon-Plasma ausgesetzt. Dadurch werden alle Verunreinigungen zerstäubt und abgepumpt. Dadurch wird zwar die Kristallordnung des Halbleiters an der Oberfläche verletzt,

sie kann aber durch Heizen des Wafers durch thermische Ausheilungsprozesse in höchster Reinheit wieder hergestellt werden.

Plasmanitrieren

Wie beim Sputtern können DC-Entladungen auch dazu genutzt werden, gezielt Stickstoff in eine Stahloberfläche einzubringen. Damit kann eine effektive Härtung der Oberfläche mit hervorragenden Korrosionseigenschaften erzielt werden. Das Verfahren wird für Werkzeuge, Achsen und Wellen sowie typische Motoren und Getriebeteile in der Fahrzeugindustrie verwendet.

Im Verfahren wird das Werkstück in der Glimmentladung als Kathode geschaltet. Bei einem Druck von einigen mbar, wird eine (pulsbare) Spannung von 2-5 kV angelegt. Die Entladung wird in N_2 oder in einer (N_2/H_2) (Formiergas) Gasmischung betrieben. Für diese hohe Spannung bildet sich in der (abnormalen) Glimmentladung ein Kathodenfall von ungewöhnlicher Dicke (ca 1 mm) aus. Das Werkstück wird von N_2 , N, N_2^+ und N^+ Atomen



Figure 58: Glimmentladung zur Nitrierung von Zahnrädern

oder Ionen beschossen. Die Energie der Ionen führt zunächst zu einer sehr effektiven Reinigung der Oberfläche (Ansputtern) und heizt gleichzeitig das Werkstück auf eine Temperatur von einigen hundert Grad (Kontrolle durch die zugeführten Leistung über die Pulsfrequenz). An der Oberfläche wird Stickstoff in den Stahl eingeschossen und kann bei den verwendeten Temperaturen viele hundert Mikrometer in das Werkstück eindiffundieren. Dabei bildet sich eine harte Oberfläche aus, die durch ihre Härte, Abriebfestigkeit und chemische Beständigkeit die Qualität des behandelten Werkstücks verbessert, ohne dass sich die Bauteilmasse verändern.

Ein Beispiel für **Reaktive Ionen Zerstäubung** ist die Beschichtung mit TiN. Die Kathode besteht aus Titan und die Entladung in Stickstoff. Oft wird hier, wie auch für die Zerstäubung mit nicht-leitenden Materialien, eine RF-Entladung benutzt.

4.2.9 Anwendung der DC-Entladung in der Atmosphärendruck-Prozesstechnik Plasmaschweißen

DC-Entladungen bei Atmosphärendruck sind Lichtbögen. Plasmaschweißen und Lichtbogenschweißen sind also identische Verfahren. Am einfachsten wird zum Plasmaschweißen

zwischen dem zu schweisenden Material (Schweissgut) und einer Elektrode (aus dem selben Material wie das Schweissgut), ein Lichtbogen gezündet, der das Schweissgut an der Oberfläche und das Elektrodenmaterial an der Spitze so stark erwärmt, dass es aufschmilzt und zu einer Verbindung führt. In dieser einfachen Form kann Luft ungehindert an die Schweissstelle dringen und erzeugt dort die sogenannte Schlacke aus oxidiertem Material. Deshalb wird die Elektrode mit einem Mantel aus Flussmittel versehen, das im Lichtbogen aufschmilzt, die Schweissstelle bedeckt und so der Schlackenbildung entgegenwirkt.

Beim Schutzgasschweissen wird die Elektrode umgestaltet. Sie besteht aus einem dünnen Schweissdraht der von einer Gasdüse umgeben ist, und so den Lichtbogen mit einem Inertgas (Schweissargon) umgibt und dadurch die Schlackenbildung verhindert.

Natürlich kann auch ohne Materialzuführung geschweisst werden. Dazu wird eine thermostabile Wolframelektrode eingesetzt, die zusätzlich gekühlt und innerhalb der Schutzgasdüse angeordnet ist. Sie hält dem Lichtbogen stand, während das Schweissgut aufschmilzt. Auch hier verhindert das Schutzgas das Verbrennen oder eine andere unerwünschte chemische Reaktion an der heissen Schmelze. Darüber hinaus dient das Schutzgas auch als Plasmagas zum stabilen Unterhalt des Lichtbogens.

Plasmaschneiden

Beim ausgeblasenen Lichtbogen wird eine Technik verwendet, bei der ein Lichtbogen zwischen Kathode im Plasmabrenner und Werkstück gezündet wird. Dabei ist die Entladung durch die Grösse der Kathodenfläche im Plasmabrenner konzentriert und wird über eine Gasdüse gezielt ausgeblasen. Für Inertgase wie Argon oder Stickstoff können dadurch sehr heisse Plasmaflammen erzeugt und für die Bearbeitung eingesetzt werden.

Ist der Plasmabrenner auf hohe Gasgeschwindigkeiten optimiert, kann das vom Brenner aufgeschmolzene Material verblasen werden. Bei Verwendung eines oxidierenden Gases wird das aufgeschmolzene Material direkt verbrannt. Man spricht bei diesen Verfahren von Plasmaschneiden oder Plasmatrennen.

Plasmaschmelzen

Auch beim Plasmaschmelzen wird ein Lichtbogen bei hoher Leistung betrieben und mit einem Inertgas angetrieben. Dieser ausgeblasene Lichtbogen wird auf das Schmelzgut geleitet und führt dort zur Verflüssigung. Plasma-Reaktoren zum Schmelzen und Raffinieren bieten gegenüber herkömmlichen, grafitbeheizten Schmelzöfen den Vorteil einer saubereren Atmosphäre. Im Vergleich zu Induktionsanlagen können sie mit höherer spezifischer Leistung ausgelegt werden. Da die argonstabilisierten Brenner bei Normaldruck arbeiten, sind Plasma-Reaktoren in vielen Anwendungsbereichen eine kostengünstige Alternative zu Vakuumschmelzanlagen.

Elektrisch lassen sich die Plasma-Reaktoren sowohl mit Gleich- als auch mit Wechselstrom betreiben. Sowohl übertragene wie auch nicht übertragene Lichtbögen sind möglich. Dies bedeutet, dass das Schmelzgut als Anode (nur leitfähiges Schmelzgut) oder eine im Plasmabrenner integrierte Anode (nur ausgeblasener Lichtbogen, also überwiegend heisses Gas) geschaltet werden können. Ihre Anwendbarkeit ist daher nicht allein auf Metalle beschränkt, sondern es können beispielsweise auch elektrisch nicht leitende Schlacken oder hüttentechnische Reststoffe thermisch behandelt werden.

Plasmaspritzen

Eine Weiterführung des Plasmaschmelzens mit einem ausgeblasenen Lichtbogen ist das Plasmaspritzen. Dabei wird dem Lichtbogen oder dem ausgeblasenen heißen Gas ein zusätzliches Material zugeführt, das dann aufgeschmolzen im Gasstrom mitgeführt wird. Bläst man dieses Gemisch auf eine Oberfläche, so verschmilzt das Material dort und bleibt auf dem Werkstück haften. So kann es zur Schichtabscheidung genutzt werden. Meist wird das Material als Draht kontinuierlich in den Lichtbogen geführt, oder als Pulver dem Gasstrom beigelegt.

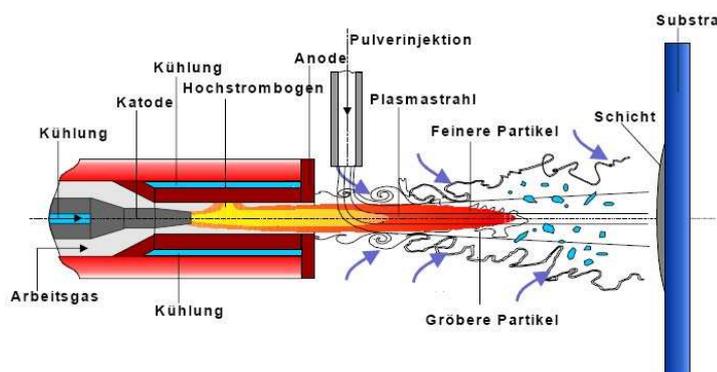


Figure 59: Plasmabrenner mit einem ausgeblasenen Lichtbogen zwischen der vom Arbeitsgas angeströmten Kathode und Anode in Form einer gekühlten Düse. Das Beschichtungsmaterial wird pulverförmig in den Plasmastrahl geblasen, dort aufgeschmolzen und auf das Substrat gespritzt.

Für das Beschichten von Oberflächen mit hochschmelzenden Keramiken wie Aluminium- und Zirkoniumoxid oder Wolfram- und Siliziumkarbid ist das Verfahren unverzichtbar, insbesondere weil Schichtdicken von einigen μm auf sehr grossen Bauteilen verwirklicht werden können, wie sie z.B. für Turbinenschaufeln in der Energietechnik oder Luftfahrtindustrie benötigt werden.

Als Plasmaquellen werden indirekte Plasmatröns, die einen ausgeblasenen Lichtbogen produzieren, eingesetzt. Industrielle Anlagen für diesen Zweck weisen Leistungen zwischen 10 kW und 100 kW auf. Sie arbeiten mit Strömen von einigen hundert Ampere. Auftragbare Materialmengen liegen bei mehreren Kilogramm pro Stunde.

Abb. 59 zeigt einen typischen Plasmaspritzbrenner mit einer Pulverdosierung am Düsenausgang. S. auch den Artikel von H. Hermann, in Scientific American, September, 1988.

Kalte Plasmatechnologie mit Lichtbögen

Technologie mit kalten Plasmen hat sich im Rahmen der Lack-, Druck-, und Klebetechnik als wichtiges Technologiesegment entwickelt. Dabei wird ähnlich wie beim Plasmaspritzen ein DC-Lichtbogen innerhalb einer Düse betrieben. Die Kunst, am Ausgang der Düse ein kaltes Plasma zu erhalten, besteht darin, einen gepulsten Hochspannungslightbogen (5-15kV) mit gerade so viel Gasfluss zu betreiben, dass der Lichtbogen noch stabil brennt, aber kaum zu Gaserwärmung führt.

Dieser ausgeblasene Lichtbogen enthält bei schnellem Gasfluss (Bereich Schallgeschwindigkeit) noch viele angeregte Atome, Moleküle und Radikale an der Austrittsdüse, deren Reaktionsfähigkeit

ausreicht, um auf vielen Metallen und Kunststoffen eine Oberflächenaktivierung oder Modifizierung zu bewirken. Sie ist durch einer Veränderung der Oberflächenenergie (Kontaktwinkelmessung) nachweisbar. Dadurch kann die Benetzung und Haftung auf vorher nichtreaktiven Oberflächen stark verbessert werden. Typische Anwendungen sind die Aktivierung von Klebestellen, die verbesserung der Bedruckbarkeit von z.B. Kunststoffverpackungen oder die Lackierbarkeit von Kunststoff-Stoßfängern im Fahrzeugbau.

Wesentlicher Vorteil dieser Technologie ist die Betriebsmöglichkeit bei Atmosphärendruck und die recht einfache Integrationsfähigkeit in bestehende Fertigungsanlagen.

Dielektrisch behinderte Entladungen

Dielektrisch behinderte Entladungen (DBD) sind, wie der Name sagt, Entladungen, die durch einen Isolator bzw. ein Dielektrikum behindert werden. Realisiert wird eine solche Entladung durch zwei Elektroden in einem Gasraum, zwischen die eine hohe Spannung angelegt wird. Der zu erwartende Lichtbogen wird dadurch verhindert, dass üblicherweise eine der beiden Elektroden durch einen Isolator vollständig abgedeckt wird. Dadurch bildet sich das elektrische Feld im Gasraum nahezu unverändert aus. Der Strom wird aber durch den Isolator behindert. Es stehen nur Oberflächenladungen zur Verfügung, die zwar eine kurze Entladung aber keinen kontinuierlichen Stromfluss erlauben. Wenn also die Entladung an irgend einer Stelle im Feld zündet, erlischt sie durch den behinderten Stromfluss sofort wieder und zündet an einer anderen Stelle, wo noch ausreichend Oberflächenladung zur Verfügung steht neu. Diese Vorgänge sind sehr schnell, ein einzelnes Entladungsfilament brennt nur einige 10 Nanosekunden. Durch die vielen statistisch verteilten Entladungen entsteht für das Auge aber der Eindruck eines kontinuierlichen Plasmas im Raum zwischen den Elektroden. Stabile Plasmen erhält man, wenn man dem Dielektrikum zwischen den Entladungen Zeit gibt, wieder neue Oberflächenladungen aufzubauen. Dies kann z.B. durch gepulste Hochspannung erreicht werden.

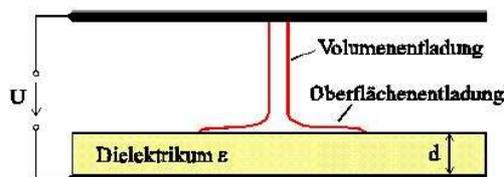


Figure 60: Schematische Darstellung eines Entladungsfilaments in einer dielektrisch behinderten Entladung (DBD). Das Filament bildet sich im elektrischen Feld (U/d) aus Oberflächenentladungen am Dielektrikum. Die DBD besteht aus vielen solcher Einzelfilamente.

Breite Anwendung findet die dielektrisch behinderte Entladung in der Lichttechnik als Hintergrundbeleuchtung in LCD-Bildschirmen. Die dort verwendete Xenon-Entladung wird über einen Fluoreszenzfarbstoff in weisses Licht umgewandelt. Ein weiteres Anwendungsfeld ist die Ozonerzeugung. Nahezu alle Ozongeneratoren arbeiten mit röhrenförmigen Entladungsröhren, durch die reiner Sauerstoff geblasen wird. Der Vorteil der kalten Entladung kommt der Ausbeute des temperaturinstabilen Ozons entgegen.

Linear ausgedehnte und flächige DBD-Entladungen werden als kaltes Atmosphärendruckplasma für die Oberflächenbehandlung von Bahnware eingesetzt. Der Vorteil der skalier-

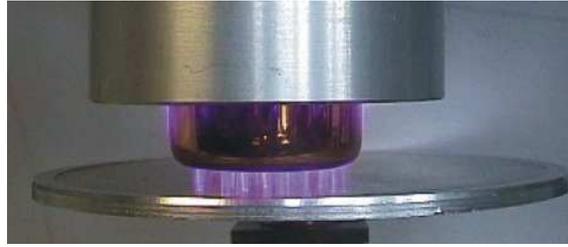


Figure 61: Dielektrisch behinderte Entladung bei Atmosphärendruck. Das Dielektrikum (oben) entlädt sich auf eine Metallplatte (unten). Deutlich sind die Filamente in der Momentaufnahme zu erkennen.

baren Entladung wird aber durch den Nachteil der benötigten kleinen Elektrodenabstände eingeschränkt.

4.3 HF-Entladungen

Die Verhältnisse in der beschriebenen Glimmentladung zeigen alle Phänomene, die auch in anderen Entladungsformen wirken. Dazu gehören Raumladungszone, Einfluss von Elektroden, Wänden, Druck und Gasart auf die Entladung und das Rekombinationsverhalten.

Aber hier wird die Polung der Elektroden so schnell gewechselt, dass die Ionen und vor allem die beweglicheren Elektronen die jeweils andere Elektrode nicht mehr erreichen können. Wird also ein verdünntes Gas einem HF-Feld (nicht zu) hoher Frequenz ausgesetzt, bewegen sich die anfangs wenigen, immer vorhandenen freie Ladungsträger mit der Frequenz des Wellenfeldes, sind aber "ausser Phase", so dass vorerst keine Energie übertragen wird. Stösse sind wichtig und wirken dämpfend (wie früher beschrieben). Wir erinnern uns an die linearisierten Bewegungsgleichung für die geladenen Komponenten einer Flüssigkeit mit einer sinusförmigen Störung

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 \cos \omega t = \text{Re}(\vec{E}_0 e^{-i\omega t})$$

Diese lauten:

$$\begin{aligned} m_i n_0 \vec{u}_{1i} (\nu_i - i\omega) &= +en_0 \vec{E}_1 \\ m_e n_0 \vec{u}_{1e} (\nu_e - i\omega) &= -en_0 \vec{E}_1 \end{aligned}$$

sodass (z.B.)

$$\vec{u}_{1e} = -\frac{ie}{m_e(\omega + i\nu_e)} \vec{E}_1$$

und ähnlich für \vec{u}_{1i} . Damit ist

$$\vec{j}_{el} = en_0(\vec{u}_{1i} - \vec{u}_{1e}) = ie^2 n_0 \vec{E}_1 \left(\frac{1}{m_i(\omega + i\nu_i)} + \frac{1}{m_e(\omega + i\nu_e)} \right) \simeq \frac{ie^2 n_0}{m_e(\omega + i\nu_e)} \vec{E}_1$$

Diese Näherung ist sehr gut für Frequenzen grösser als ca 10 MHz.

Die dem elektrischen Feld phasenverschoben folgenden Bewegung eines Elektrons wird durch Stösse etwas von einer 90°-Phasenverschiebung abweichen. Es treten dann Ohm'sche

Verluste auf. Durch Vergleich mit dem Ohm'schen Gesetz $\vec{j}_{el} = \sigma \vec{E}$ sieht man, dass in unserem Fall die Leitfähigkeit σ komplex wird, mit

$$\sigma = \frac{e^2 n_0}{m_e (\nu_e - i\omega)} = \frac{\mu_e e n_0 \nu_e}{(\nu_e - i\omega)}$$

Die Beweglichkeit eines Elektrons ist $\mu_e = |e|/(m_e \nu_e)$ (ohne Magnetfeld).

Der Imaginärteil von σ ist eng verknüpft mit der dielektrischen Konstante. Es gilt auch

$$\epsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 (1 + i\nu_e/\omega)}$$

Die Stöße erlauben es einem Teilchen, aus dem Hochfrequenzfeld soviel Energie aufzunehmen, dass es ein anderes Atom in einem weiteren Stoss ionisieren kann. Es kann dann wieder zu einer lawinenartigen Vermehrung der Ladungsträger, oder "Durchbruch" kommen. Die Stöße erlauben es dem Elektron fortlaufend Energie aus dem HF-Feld aufzunehmen.

Durch ambipolare Diffusion gelangen die Ladungsträger zur Gefässwand, wo sie rekombinieren. Dies ist der dominante Verlustprozess einer Niederdruck- Hochfrequenzentladung der, durch Neuerzeugung von Ladungsträgern im Plasma unter Wirkleistungsaufnahme aus dem HF-Feld kompensiert werden muss. Die absorbierte Leistung pro Volumen ist $P = \vec{j}_{el} \cdot \vec{E}$. (im Komplexen: Realteil von $\vec{j}_{el} = \sigma \vec{E}$ multipliziert mit dem Realteil von $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$ um die instantane Leistung zu erhalten.)

Gemittelt über einer Periode ist die Leistung durch

$$\langle P \rangle = \frac{e^2 n_0}{m_e \nu_e} \left(\frac{\nu_e^2}{\nu_e^2 + \omega^2} \right) \langle E_0^2 / 2 \rangle = \mu_e e n_0 \left(\frac{1}{1 + \omega^2 / \nu_e^2} \right) \langle E_{eff}^2 \rangle \quad (9)$$

mit $E_{eff} = E_0 / \sqrt{2}$.

Damit wird schnell deutlich, dass die Energieaufnahme mit wachsender Frequenz kleiner wird. Für Argon bei einem Druck von 10 Pa ist die Stossfrequenz typischerweise $1,6 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$. Für eine Anregungsfrequenz von 13,45 MHz (RF mit $\omega = 84,5 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$) ist $\omega/\nu = 0,528 = \sqrt{0,279}$. Bei einer Anregungsfrequenz von 2,45 GHz (Mikrowellen mit $\omega = 15,4 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$) ist $\omega/\nu = 96,2 = \sqrt{9256}$.

Die absorbierte Leistung wird bei gleichbleibenden n_e und μ_e um einen Faktor 10^4 reduziert. Für ausgedehnte Randschichten und Prozesse, die hohe Ionenenergien (Self-Bias) benötigen, ist Radiofrequenz zur Anregung gut geeignet, Frequenzen im Mikrowellenbereich dagegen untauglich.

Auch wichtig für die technische Anwendung von Hochfrequenz am Plasma ist die Eindringtiefe der Wellen in das Plasma. Im fast stossfreiem Fall ist ein merkbares Eindringen der Wellen nur bei Frequenzen höher als die Plasmafrequenz (cutoff-Frequenz), (siehe Kapitel über Plasmawellen). Die zugehörige Elektronendichte heißt kritische Dichte. Sie beschreibt das Limit der Ausbreitungsfähigkeit der elektromagnetischen Welle im Plasma. Bei höheren Elektronendichten wird die Welle reflektiert. Aus vorherigen Kapiteln findet man die kritische Dichte ist die Dichte bei der $\omega = \omega_p$. Sie ist gegeben durch

$$n_c = \frac{\epsilon_0 m_e \omega^2}{e^2}$$

Näherungsweise gilt für die kritische Dichte n_c :

$$\frac{n_c}{1\text{m}^{-3}} = \frac{f^2}{81\text{Hz}^2}$$

Für 13,45 MHz Radiofrequenz ist $n_c = 2,23 \times 10^{12} \text{m}^{-3}$, für Mikrowellen bei 2,45 GHz ist $n_c = 7,45 \times 10^{16} \text{m}^{-3}$. (Zum Vergleich ist $n_n = 1,25 \times 10^{21} \text{m}^{-3}$ für Argon bei einem Druck von 10 Pa und Temperatur von 600 K.) Die erreichbare Elektronendichte wächst also und die erreichbare Elektronenenergie fällt mit der Anregungsfrequenz.

Ist dagegen die Stossfrequenz dominierend ($\omega/\nu \leq 1$) ist ein tieferes Eindringen möglich. Auch (ohne Beweis) wenn ein Magnetfeld vorhanden ist, wird der Faktor $1/(1 + \omega^2/\nu_e^2)$ durch $1/(1 + (\omega - \omega_{ce})^2/\nu_e^2)$ ersetzt (angenommen, die Frequenz ist viel grösser als die Ionenzyklotronfrequenz, damit die Ionenbewegung vernachlässigt werden kann). Dadurch kann man die absorbierte Leistung erhöhen, indem man bei der Zyklotronfrequenz einstrahlt.

4.3.1 Anwendungen von HF-Entladungen

Trockenätzen in der Mikroelektronik

Trockenätzverfahren sind zwar Vakuumverfahren, sie haben aber gegenüber den herkömmlichen Nassverfahren einige Vorteile.

Hintergrund dafür sind die notwendigen Anforderungen an die Reinheit der eingesetzten Ätzmittel, die über den ausschliesslichen Einsatz von Gasen weit einfacher und kostengünstiger zu realisieren sind.

Häufigste Anwendung der HF-Entladung mit Radiofrequenz (RF-Entladung) ist das Verfahren des Trockenätzens in der Halbleiterstrukturierung für die Mikroelektronik. Dabei wird oft eine Maskentechnik verwendet. Die zu strukturierende Schicht wird mit einem Photolack

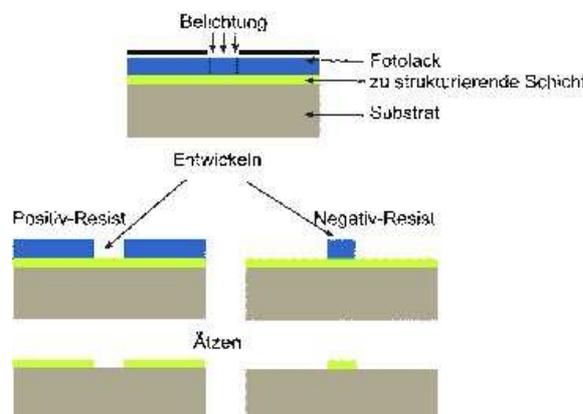


Figure 62: Strukturierung mit Photolack (Ivonne Immler: Silizium Prozesstechnologie)

bedeckt (spin coating) und mit einer strukturgebenden Maske abgedeckt. Die Belichtung der Maske überträgt die Struktur entweder durch eine Härtung des Lacks (negativ resist) oder durch die verhinderte Härtung (positiv resist).

Der erste Ätzschritt im Niederdruckplasma ist dann die Veraschung des nicht gehärteten Photolacks. Dabei wird eine RF-Entladung mit reinem Sauerstoff betrieben. In diesem Plasma wird der organische Photolack durch den angeregten Sauerstoff zu flüchtigen



Figure 63: Isotroper (links) und anisotroper (rechts) Ätzzvorgang

Verbindungen (CO , CO_2 , H_2O) und Kohlenwasserstoffe (C_xH_y), umgesetzt, die mit Hilfe einer Vakuumpumpe abgesaugt werden können. Entscheidend dabei ist, dass der nicht gehärtete Photolack sehr viel schneller abgetragen wird, als der gehärtete. Über die Ätzzeit gesteuert bleibt zunächst eine Abbildung der gewünschten Struktur aus gehärtetem Photolack. Nun kann diese Struktur über einen zweiten Ätzschritt in das Halbleitermaterial eingebracht werden.

Dabei ist die Selektivität des Ätzprozesses und die mögliche Anisotropie des Ätzzvorgangs, der vor allem in vertikale Richtung gewünscht ist, gerade mit Plasmaprozessen sehr vorteilhaft. Denn einer der wichtigsten Effekte der Plasmaanregung mit Radiofrequenz ist die Ausbildung einer Randschicht mit Dimensionen von einigen Zentimetern. Die gerichteten ambipolaren elektrischen Felder der Randschicht bewirken eine gerichtete Beschleunigung der Ionen im Plasma, und damit eine gerichtete Wirkung im Ionenätzen. Dieser Effekt wird für die Mikrostrukturierung genutzt.

Das Reaktiv Ion Etching (RIE) - Verfahren eignet sich wegen der anisotropen Ätzung für hohe Aspektverhältnisse, also dem Verhältnis von vertikaler zu horizontaler Ausdehnung der Ätzstruktur. Es wird in der Halbleiterindustrie verwendet, um anorganische Schichten zu strukturieren. Als Ätzgase werden halogenhaltige Molekülgase wie CF_4 , SF_6 , CF_4/O_2 , oder

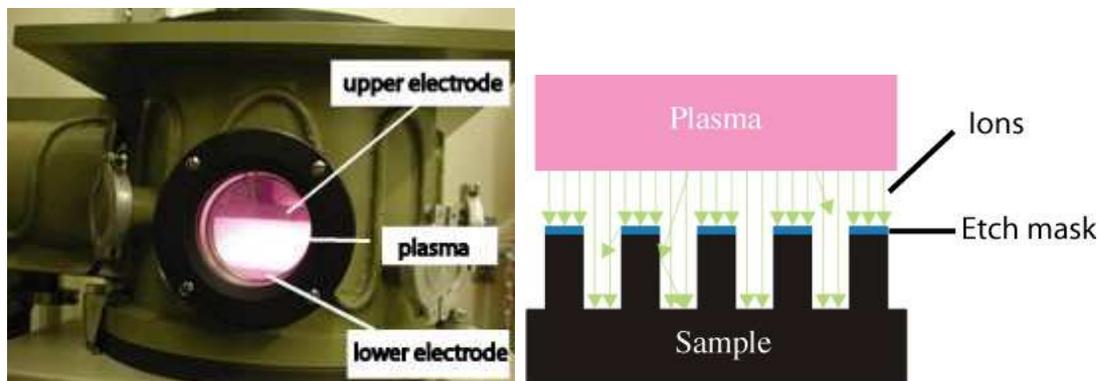


Figure 64: RIE-Prozess, im Labor und schematisch. (Quelle:Paul Scherer Institut)

Cl_2/O_2 verwendet. Mit Hilfe von HF-induzierten Entladungen werden aus diesen Gasen sehr reaktive Ionen (O^+ , F^+ , Cl^+) produziert, die mit dem in einer dünnen Schicht vorliegenden festen Material reagieren und dabei flüchtige Verbindungen erzeugen, die wiederum abgepumpt werden können. Der gehärtete Photolack dagegen wird dadurch nur wenig abgetragen.

Da das RIE-Trockenätzverfahren auch hohe Ätzzraten bewältigen kann, taugt es auch als Konkurrenzverfahren für nasschemisches Ätzen. Kleinste Strukturen der Mikromechanik und Mikro-Filtertechnik werden dadurch möglich. Ausserdem müssen keine grosse Mengen von chemischem Abfall entsorgt werden.

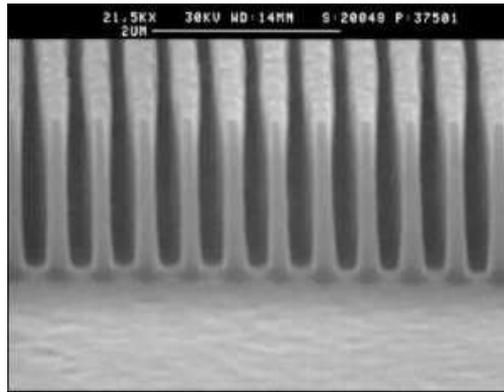


Figure 65: Geätztes optisches Gitter in Silizium (Quelle: IAP-Uni-Jena)

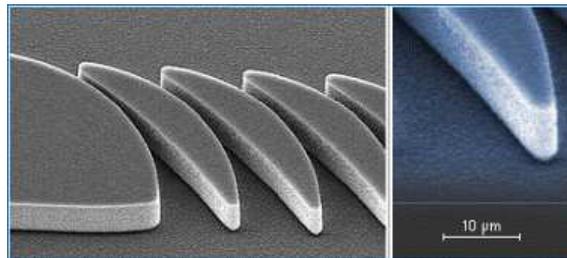


Figure 66: Trockengeätzte Filterstruktur auf Silizium (Quelle: Böhlinger Ingelheim)

Ist die Mikrostruktur im Halbleiter eingätzt, kann der nun überschüssige gehärtete Photolack mit einem dritten Ätzschritt ebenfalls entfernt werden. In Analogie zum ersten Ätzschritt wird wieder Sauerstoff als Prozessgas verwendet, die Prozesszeit aber bis zur vollständigen Beseitigung des Photolacks ausgedehnt. Eine sehr kurze Anwendung des zweiten Ätzschritts beseitigt abschließend entstandene dünne Oxidschichten des Halbleitermaterials und schließt den Strukturierungsprozess ab.

In der Mikrostrukturprozesstechnik lassen sich in der wiederholten Abfolge der oben beschriebenen Prozessschritte komplexe, dreidimensionale Strukturen aufbauen, die leistungsfähige elektronische Schalteinheiten auf wenigen Quadratmikrometern unterbringen können.

Hochfrequenz-Einkoppelung in ein Plasma

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Hochfrequenzenergie in ein Plasma einzukoppeln. Eine Spule um ein Entladungsrohr erlaubt die induktive Einkopplung. Häufiger verwendet wird jedoch die kapazitive Einkopplung. In magnetisierten Plasmen gibt es eine Vielzahl von Resonanzen, die zusätzlich gestatten, Hochfrequenzleistung wirksam in ein Plasma einzukoppeln und zur Absorption zu bringen. Absorptionsprozesse dieser Art unterscheiden sich von der vorher diskutierten stossbestimmten Absorption. Hier wird vor Allem die kapazitive Einkopplung behandelt. Die HF-Leistung wird durch einen Kondensator eingekoppelt. Dieser sorgt dafür, dass Gleichstrom im Stromkreis fließt (Gleichpotential Trennung vom HF-Generator).

Die kapazitive Einkopplung wird ermöglicht mit einem Plattenpaar an einem dielektrischen Entladungsgefäß oder in einem leitenden Entladungsgefäß (meist aus Edelstahl), wie in Abb.67 dargestellt. Im einfachsten Form wird das System an einer kleinen Elektrode (die

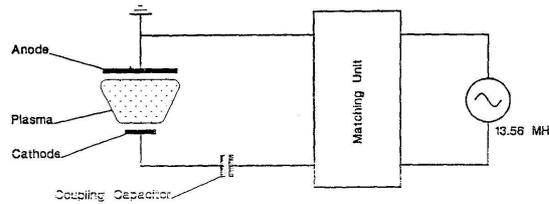


Figure 67: Kapazitiv erzeugtes HF-Plasma zwischen zwei planaren Elektroden.

Kathode) betrieben. Die andere Elektrode fungiert als Anode. Das Plasma kann betrachtet werden als einen Bereich des negativen Glimmlichts einer Glimmentladung mit zwei Enden. An jeder Ende bildet sich eine Randschicht zwischen Plasma und Elektrode, die zwei Kathodenfälle ähnlich sind. Das Potential im quasineutralen Plasma ist aber nun zeitabhängig. Die Ionen brauchen fast immer mehr Zeit um das Plasma zu überqueren, als die Periode der eingespeisten Hochfrequenz.

Die kapazitive Anordnung nach Abb. 68 hat besonderes Interesse in der Technik gefunden, da sie je nach Beschaltung, Elektrodengröße und externer Vorspannung vielfältige Möglichkeiten zur Beschleunigung und Verzögerung von Plasma-Ionen erlaubt. Die gespeiste

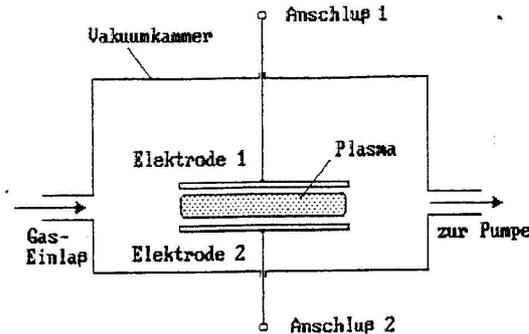


Figure 68: Schema eines Parallelplatten-Reaktors (Planarsystem) mit kapazitiv erzeugtem Plasma.

Elektrode wird sich gegenüber der geerdeten Elektrode aufladen. Dieses "self-bias" (Eigenvorspannung) genannte Phänomen beruht darauf, dass die sehr beweglichen Elektronen freie Oberflächen schneller erreichen als die relativ trägen Ionen. Das sich einstellende konstante Potential kann positiv oder negativ gegen Masse sein und hängt von der Größe der Teilkapazitäten zwischen dem Plasma und den beiden Elektrodenflächen ab.

Anhand von Abb. 69 werden Einzelheiten diskutiert. Zwischen einem quasineutralen Plasma und einer Elektrode entsteht eine Randschicht. Abhängig von der Fläche, von der Dicke der Schicht und vom Potentialunterschied zwischen Plasma und Elektroden lassen sich den beiden Schichten zwischen oberer bzw. unterer Elektroden zwei Kapazitäten zuordnen, welche die zeitgemittelten Größen C_1 und C_2 aufweisen. Sei Elektrode 1 gespeist (die Kathode) und Elektrode 2 geerdet (die Anode), so ist C_1 die Kapazität der Kathodenschicht und C_2 die Kapazität der Wandschicht. Bei Vernachlässigung der Verlustprozessen in den

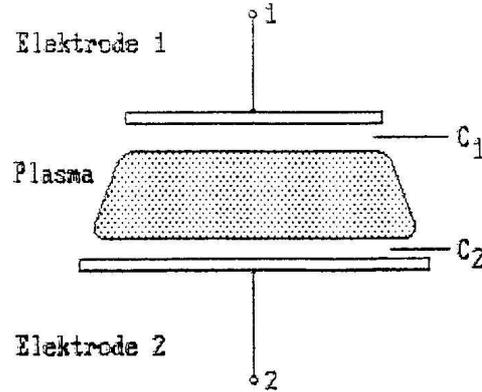


Figure 69: Schema eines Parallelplatten-Reaktors (Planarsystem) mit kapazitiv erzeugtem Plasma.

Schichten (stossfreies Schichtplasma) ist dann ein rein kapazitiver Spannungsteiler entstanden, der Anteile der an die obere Elektrode angelegten Hochfrequenzspannung $u(t) = u_{HF} \sin \omega t$ auf das Plasma überträgt und das Plasmapotential $u_p(t)$ bestimmt.

An die obere Elektrode wird nun eine Spannung angelegt, die aus einem Gleichspannungsanteil u_{DC} und der angelegten HF-Spannung besteht:

$$u(t) = u_{DC} + u_{HF} \sin \omega t$$

Diese Spannung führt zu dem zeitabhängigen Plasmapotential

$$u_p(t) = u_{p0} + \Delta u_p \sin \omega t$$

Der DC-Teil u_{p0} wird durch die hohe Beweglichkeit der Elektronen bestimmt und der Wert der AC-Amplitude Δu_p durch den kapazitiven Spannungsteiler aus C_1 und C_2 . Die Wechselamplitude des Plasmapotentials beträgt

$$\Delta u_p = \frac{C_1}{C_1 + C_2} u_{HF}$$

Beide hängen auch von Details der Beschaltung ab.

Kapazitive HF-Entladungen können über einen grossen Druckbereich angeregt werden. Zum Ätzen wird der Neutralgasdruck zwischen 0,1 Pa und 1000 Pa (Niederdruck) eingestellt. Bei solchen Drucken gibt es praktisch keine Stösse in den Schichten und die Ionenenergie ist hoch genug für die Zerstäubung von Photolacken usw. Bei höheren Drucken werden Stösse wichtig und die Ionenenergieverteilung wird beeinflusst. So lassen sich viele Substanzen auf Substrate auftragen.

4.3.2 Mikrowellenentladung

Prinzipiell unterscheiden sich Mikrowellen in ihrer physikalischen Wirkung auf ein Plasma nicht von Hochfrequenzwellen. Nur ist die Frequenz grösser ($> 1 \text{ GHz}$) und deshalb die Wellenlänge kleiner ($< 30 \text{ cm}$). Hierdurch bedingt sind andere technische Möglichkeiten zum Transport und zur Abstrahlung von Hochfrequenzleistung gegeben.

Mikrowellenentladungen sind spezialisierte Entladungen, weil sie in der Gruppe der Hochfrequenzentladungen mit der Anregungswellenlänge in ähnliche Dimensionen geraten wie die Plasmaquellen und Substrate. Dies hat manchmal Nachteile, weil stehende Wellen und Komplexe Feldstrukturen die Zündung und Homogenisierung der Plasmen und Ihrer Wirkung erschweren. Allerdings gibt es auch eine Reihe von Vorteilen. So können Entladungen mit extremer Elektronendichte erzeugt werden. Die mit der hohen Anregungsfrequenz sehr gering ausfallenden Elektronenenergien und die wegen der vernachlässigbaren ambipolaren Felder geringen Ionenenergien machen aus Mikrowellenplasmen sehr milde Plasmen, die sich besonders für die Behandlung und Beschichtung von organischen oder polymeren Substraten eignen.

Darüber hinaus lässt sich die kurze Wellenlänge auch und gerade für die ausgefallene Lokalisierung der Entladung in ausgesuchten Anwendungen nutzen.

Die einfachste Mikrowellenentladung kann über ein dielektrisches Fenster betrieben werden, wobei die Mikrowelle direkt über das Fenster in den Niederdruckbereich einer Plasmakammer eingestrahlt wird. Im Niederdruck, meist direkt hinter dem Fenster zündet das Plasma und verhindert durch die entstehende Elektronendichte das weitere Eindringen von Mikrowellen. Bei gegebenem Druck stellt sich ein selbst regulierendes Gleichgewicht von aufgenommener Strahlungsleistung und Elektronendichte ein.

Mikrowellen eignen sich ausgezeichnet für die Erzeugung dichter und leistungsstarker Plasmen für Prozesse der Reinigung, Aktivierung, Modifizierung und Beschichtung. Die angepasste Teilchenenergie erlaubt die Behandlung von empfindlichen, polymeren oder biologischen Substraten und die gezielte Oberflächenfunktionalisierung mit empfindlichen organischen Baugruppen. Die hohe Plasmadichte dagegen ermöglicht extreme Prozesse wie Trockenätzen oder Hochratenbeschichtungen bei Raten von einigen Mikrometern pro Minute. Konzentrierte Anwendungen bei Atmosphärendruck sind ebenso möglich, wie flächig oder räumlich ausgedehnte Behandlungen von Substraten im Niederdruck.

Diamantabscheidung mit Plasma-CVD

Eine Anwendung der Mikrowellenplasmen von besonderer Interesse ist die Herstellung dünner Scheiben von Diamant. Diese sind polykristalline Schichten mit (fast) ausschliesslich die Diamant-Struktur. Diese Materie ist ein sehr fester Isolator mit hoher Wärmeleitfähigkeit und ist deshalb ideal für Scheidewerkzeuge, optische Schichten, oder Wärmesenken, unter Anderem. Grössere Scheiben eignen sich als Vakuumfenster für Lasers und Gyrotrons, wie sie in Abbildung 70 am Beispiel eines Vacuumfensters für ein Gyrotron gezeigt wird.

Kohlenstoff kommt in der Natur in zwei monotropen Modifikationen vor, nämlich stabil in der hexagonalen Kristallstruktur (schwarzer Graphit) und metastabil in der kubischen Kristallstruktur (Diamant) (Die Fullerene werden hier nicht berücksichtigt). Im Graphit sind die Kohlenstoffatome in ebenen von Sechsringen angeordnet wobei jeder Kohlenstoff über eine homöopolare σ -Bindung mit drei benachbarten Atomen verbunden ist. Es sind also nur drei der vier Valenzelektronen des Kohlenstoffs beteiligt, man nennt diesen Zustand deshalb auch sp^3 -Hybridisierung. Das vierte Valenzelektron befindet sich auf einem π -Orbital und bildet mit den anderen π -Orbitalen π -Bindungen aus, die zu einer leicht anregbaren π -Elektronenwolke führt, die für die fast metallische Leitfähigkeit, die leichte Verschiebbarkeit der Graphitebenen und letztlich für die schwarze Farbe des Graphits verantwortlich ist. Anders im Diamant, dort bilden alle vier Valenzelektronen energetisch gleichwertige, homopolare

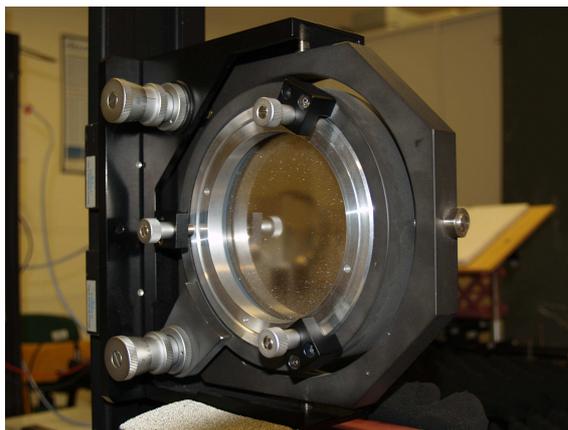


Figure 70: CVD diamond disc on test stand to measure dielectric properties. Diameter 124 mm, Thickness 1.611 mm.

σ -Bindungen mit den Nachbaratomen aus. In dieser sp^3 -Hybridisierung ist also tetraedisch jede Bindung als vollwertige Elektronenpaarbindung ausgeführt. Da keine π -Bindungen vorliegen ist der Diamant isolierend, aussergewöhnlich hart und in weiten Bereichen transparent.

Die Kunst der Diamantabscheidung mit Plasma-CVD besteht also darin, aus einem Kohlenwasserstoff unter Abspaltung des Wasserstoffs ein Kohlenstoffgitter mit sp^3 -Hybridisierung aufzubauen. Da die Graphitstruktur bzw. der sp^2 -Hybrid der energetisch günstigere Zustand des Kohlenstoffs ist, gelingt die Abscheidung von Russ sehr einfach, für die Abscheidung von Diamant muss dagegen während des Schichtaufbaus ständig Energie zugeführt werden. Darüber hinaus muss das Schichtwachstum langsam erfolgen. Die Vorstellung zur Diamantabscheidung besteht in einem wohltemperierten Gleichgewicht zwischen Ätzen und Abscheiden von Kohlenstoff aus dem Plasma. Als Kohlenstofflieferant dient Methan, Ethen oder ein anderer Kohlenwasserstoff und als Ätzgas dient Wasserstoff. Da sich sp^2 -Hybridisierter Kohlenstoff leichter ätzen lässt als der sp^3 -Hybrid, wird langsam das Diamantgitter ausgebildet. Tatsächlich kann man in Diamantabscheidungen unabhängig vom eingesetzten Kohlenwasserstoff immer eine bestimmte Menge an Methan in der Gasphase finden. Das ist weitgehend unabhängig vom Plasma, wobei Abscheidungen aus verschiedenen Entladungstypen eingesetzt wurden. Am erfolgreichsten werden Diamantschichten mit Mikrowellenplasmen abgeschieden. Dies liegt an der hohen, erreichbaren Elektronendichte, die zu einer gleichermassen hohen Konzentration an Wasserstoffradikalen führt. Mit Substratheizung oder ECR-Unterstützung können so makroskopisch dicke und flächige Diamantscheiben erzeugt werden.

Das Verfahren zur CVD Herstellung von Diamantscheiben nutzt eine Mikrowellenentladung mit 2,45 GHz. Der Prozesskammer und Antennenkammer werden durch ein Vakuumfenster getrennt. Zusammen bilden sie ein Mikrowellen-Resonator. Das Prozessgas ist meistens eine Mischung von H_2 , CH_4 und O_2 (über 90% Wasserstoff). Der Druck liegt im Bereich (0,02 bis 0,10) atm.

Die Duo-Plasmaline

Im Folgenden soll mit der sogenannten Duo-Plasmaline eine Mikrowellenplasmaquelle vorgestellt werden, die in brauchbare technische Dimensionen skalierbar ist. Im wesentlichen besteht die Plasmaquelle aus einer linearen Stabantenne und einem Quarzrohr, das durch ein

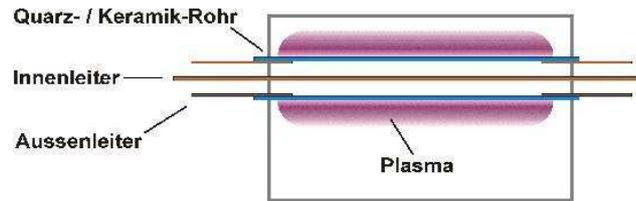


Figure 71: Schematischer Aufbau einer DUO-Plasmaline

Vakuumgefäß geführt ist und an beiden Enden koaxial mit Mikrowellen versorgt wird. Die Frequenz der Anregung ist für das Quellenprinzip zunächst unbedeutend, da eine koaxiale Ankopplung entgegen der Hohlleiterankopplung von keiner Grenzfrequenz abhängig ist. Im Innern des Quarzrohrs wird Luft bei Atmosphärendruck geführt. Sie dient zur Kühlung. Im Innern des Vakuumgefäßes bildet das Quarzrohr keinen Aussenleiter und die Koaxialleitung ist unterbrochen. Die Mikrowelle kann in den Niederdruck eindringen und zündet unter geeigneten Bedingungen dort ein Plasma. Das Plasma "verbraucht" zum einen Mikrowellenleistung, zum andern formt es mit wachsender Elektronendichte einen Aussenleiter. Ist die kritische Elektronendichte erreicht, wird weitere angebotene Mikrowellenleistung weitertransportiert. Das Plasma beginnt sich also im Niederdruck mit zunehmend angebotener Mikrowellenleistung das Rohr entlang auszubreiten. Dies geschieht so lange, bis entweder das Rohr oder die Mikrowellenleistung zu Ende ist. Entlang des Rohrs wird die Elektronendichte durch den Leistungsverbrauch absinken. Da aber das Elektronendichteprofil von beiden Seiten des Quarzrohrs angeboten wird, erfolgt die Superposition zu einem linear ausgedehnten, homogenen Plasma. Der radiale Verlauf der Elektronendichte kann qualitativ abgeschätzt

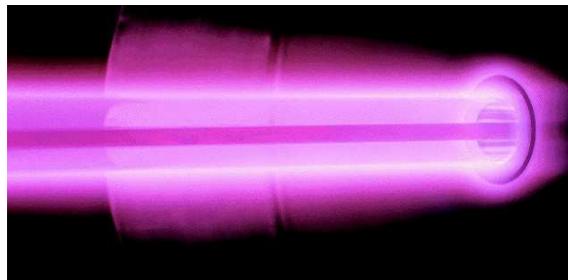


Figure 72: Linear ausgedehntes Plasma entlang einer DUO-Plasmaline

werden. Die Dichte wird an der Rohroberfläche bei maximaler Rekombination Null sein, ein Maximum bei der kritischen Dichte erreichen und dann radial mit $1/r^2$ abfallen. Die radiale Breite der Elektronendichteverteilung wird durch den Druck bestimmt. Die lineare Ausdehnung der Plasmaquelle auf mehrere Meter ist damit ebenso möglich, wie die parallele Anordnung zu flächigen Gebilden. Experimentell sind lineare Dimensionen der Plasmaline bis 3,5 m und flächige Dimensionen als Plasmaarray von $0,5 \text{ m}^2$ Fläche bereits verwirklicht.

Anwendungen der Duo-Plasmaline

Mit der Duo-Plasmaline sind insbesondere Anwendungen auf linearen oder flächigen Substraten interessant, wobei empfindliche Oberflächen aufgrund der milden Plasmen besonders geeignet sind. Die Reinigung, Aktivierung und Beschichtung mit nahezu allen bekannten

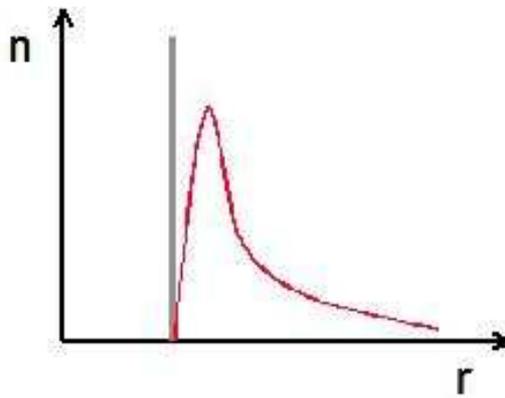


Figure 73: Radialer Verlauf der Elektronendichte

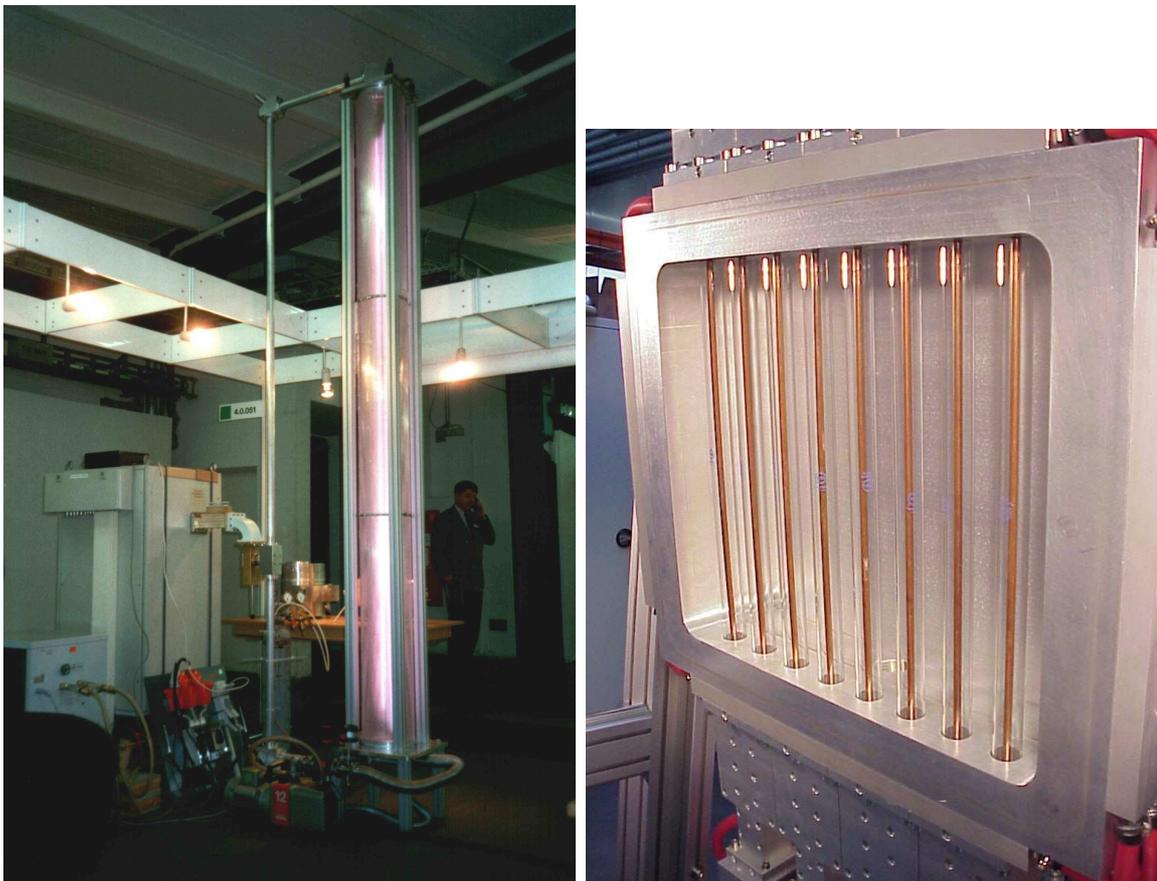


Figure 74: Plasmaline XXL und Flächenplasmaquelle mit $0,5\text{m}^2$

Plasma-CVD-Prozessen ist möglich. Lediglich die Abscheidung leitfähiger Schichten ist durch das Funktionsprinzip ausgeschlossen. Alle im Abschnitt Plasmachemie dargestellten Prozesse wurden mit einem solchen Plasma-Quellensystem umgesetzt.

In grossem Massstab wird mit der Duo-Plasmaline eine Antireflexschicht aus Siliziumnitrid auf kristallinen Siliziumsolarzellen umgesetzt. Bei der Firma Roth und Rau ist das Anlagensystem Sina mit Beschichtungsgrößen von $60\text{ cm} \times 120\text{ cm}$ bei einer Standzeit von 120

Stunden realisiert und erfolgreich im Einsatz.

4.3.3 ECR-Entladung

Für viele Anwendungen von Hochfrequenzentladungen in der Plasmatechnologie, ist die Kontrolle der Ionen von Bedeutung. Dies wird bei Ätzprozessen unmittelbar deutlich, wo für die Mikroelektronik und Mikromechanik ein hohes Aspektverhältnis zwischen lateraler und senkrechter Ätzrate gewünscht ist. Dieses hohe Aspektverhältnis erlaubt das ätzen von scharf begrenzten Strukturen, Kanten, Gräben und Löchern. Unmittelbar damit verknüpft ist eine möglichst gute Kontrolle der Ionenenergie und Flugrichtung. Beides kann aber nur realisiert werden, wenn der Gasdruck und damit die mittlere freie Weglänge einen weitgehend stossfreien Weg zum Substrat erlauben.

Mit geringer werdendem Gasdruck und geringer werdender Stosswahrscheinlichkeit sinkt auch die Ionisationsrate im elektrischen Feld der Hochfrequenzentladung. Das führt im Druckbereich um 1 Pa und kleiner (je nach Leistung bzw. Feldstärke) zum Erlöschen des Plasmas.

Dies kann durch anlegen eines äußeren Magnetfeldes verhindert werden. Dann wirkt senkrecht zur beschleunigenden Kraft des elektrischen Feldes und den Magnetfeldlinien noch die Lorenzkraft auf die geladenen Teilchen des Plasmas. Wie bekannt, zwingt die Lorenzkraft die Teilchen auf Spiralbahnen mit dem Radius:

$$r_L = \frac{mv_{\perp}}{|q|B} = \frac{v_{\perp}}{|\omega_c|}$$

mit der Zyklotronfrequenz $\omega_c = qB/m$. Setzt man die Elektronenladung, die Elektronenmasse und ein Magnetfeld von 0,0875 T in diese Gleichung ein, ergibt sich eine Frequenz von 2,45 GHz. Wird also ein Plasma mit Mikrowellen der Frequenz 2,45 GHz betrieben, so ist die Anregungsfrequenz in Resonanz mit der Gyrationfrequenz der Elektronen im Plasma. Man nennt diese Bedingung Electron Cyclotron Resonanz (ECR).

Die kinetische Energie der Teilchen ändert sich durch die Lorenzkraft nicht, sie kann deshalb auch nur durch das elektrische Feld vergrößert werden. Daraus wird deutlich, das unter ECR-Bedingungen der Weg der Elektronen im Plasma erheblich verlängert werden kann und damit die Stosswahrscheinlichkeit steigt. Mit diesem Trick kann also auch bei sehr niedrigen Drucken ein Hochfrequenzplasma aufrecht erhalten werden. Man spricht von einem ECR-Plasma.

In ECR-Plasmen können sehr hohe Ionisationsraten (bis einige Prozent) erreicht werden. Wird das Magnetfeld divergent gestaltet, werden die Elektronen in Richtung des schwächer werdenden Feldes beschleunigt. Dadurch werden auch die Ionen (ambipolare Diffusion) ebenfalls beschleunigt und erreichen Energien um 20 eV.

Die hohen Ionendichten, die kontrollierbare Ionenenergie und die geringe Neutralteilchenstossrate erlauben unter ECR-Bedingungen also den stabilen Betrieb von elektrodenfreien Plasmen bei extrem niedrigem Arbeitsdruck und ohne korrosiven Bedingungen. ECR-Plasmen sind deshalb für Ätzprozesse mit hoher Rate und grossem Aspektverhältnis hervorragend geeignet.

4.4 Plasmachemie

Der grosse Vorteil der Plasmachemie besteht darin, dass die zugeführte DC oder HF-Energie im Niederdruck aus dem verwendeten Gas ein Plasma erzeugt. Dabei wird die Anregung über geladene Teilchen ausgenutzt, wobei über Stossprozesse eine viel grössere Vielfalt an Teilchen bzw. Spezies erzeugt wird, als dies durch Reaktionen im thermodynamischen Gleichgewicht der klassischen Chemie möglich ist.

Ursache dafür ist die einführend beschriebene Aufspaltung der Temperatur in die der Elektronen und die der Ionen und Neutralteilchen (Fig 1). Mit Elektronentemperaturen von einigen 10000 K, werden hohe Reaktionsraten erreicht, während die Rückreaktion, die sonst das thermodynamische Gleichgewicht herstellt, durch die geringe Ionen- und Neutralteilchentemperatur kaum ins Gewicht fällt.

Da Elektronenstösse die Plasmageneration dominieren, werden nachfolgend die wichtigsten Reaktionen dargestellt.

Anregung:

- $e + A \rightarrow e + A^*$
- $e + A_2 \rightarrow A_2^* + e$
- $e + AB \rightarrow e + AB^*$

Dissoziation:

- $e + AB \rightarrow A + B^-$
- $e + A_2 \rightarrow A^+ + A^- + e$
- $e + AB \rightarrow A^+ + B^- + e$
- $e + A_2 \rightarrow 2A + e$
- $e + AB \rightarrow A + B + e$

Bereits aus diesen elementaren Reaktionen wird deutlich, wie viele verschiedene Anregungen in einem einfachen einatomigen Gas wie z.B. Argon möglich sind. Um so deutlicher wird die Komplexität für mehratomige Gase wie Sauerstoff und Stickstoff oder gar typische Precursor-Gase wie Silan, Ethen oder Tetrafluormethan. Es folgen einige typische Reaktionen in Sauerstoff-Entladungen. (M bedeutet entweder O₂ oder O).

- Reaktionen unter e, O₂, O₂⁺ und O⁻
 1. $e + e + O_2^+ \rightarrow e + O_2$
 2. $e + O_2^+ + O_2 \rightarrow O_2 + O_2$
 3. $e + O + O_2 \rightarrow O^- + O_2$
 4. $O + O + O_2 \rightarrow O_2 + O_2$
 5. $O^- + O_2^+ + O_2 \rightarrow O + O_2 + O_2$
 6. $O + O + O \rightarrow O + O_2$
- Addition von O⁺
 1. $e + e + O^+ \rightarrow e + O$
 2. $e + O^+ + O_2 \rightarrow O + O_2$
 3. $O^- + O^+ + O_2 \rightarrow O_2 + O_2$
 4. $O^- + O^+ + M \rightarrow O + O + M$
 5. $O + O^+ + O_2 \rightarrow O_2^+ + O_2$

- Reaktionen mit O_3
 1. $O_2^- + O^+ + M \rightarrow O_3 + M$
 2. $O + O + O_2 \rightarrow O_3 + O$

Tatsächlich werden für typische Plasma-CVD-Anwendungen sogar Mischungen verwendet. Die Abscheidung der Isolatorschichten für Mikroelektronische bauteile erfolgt aus den Precursoren Silan und Sauerstoff. Zwar lassen sich die unzählig vielen möglichen Reaktionen auf eine relativ geringe Zahl von wichtigen Reaktionen reduzieren, die Reaktionsraten hängen aber von vielen Parametern wie Druck, Anregungsart, Anregungsenergie, Gasmischung, und Abstand von der Plasmaquelle ab. Die Prozessentwicklung in der Plasmatechnologie hängt deshalb von viel Erfahrung und Anwendergeschick ab.

Die plasmachemischen Reaktionen setzen sich durch die Reaktion mit dem Substrat fort.

Da es viele verschiedene Teilchen und Anregungen gibt, existieren auch entsprechend viele verschiedene Oberflächenreaktionen. Dabei muss die Oberfläche nicht notwendigerweise in der Plasmazone sein. Oft kann man durch die Laufzeit der Plasmaspezies eine Separation für bestimmte langlebige Spezies erreichen. Solche sogenannte "remote"-Prozesse werden häufig für Beschichtungen eingesetzt.

Prinzipiell unterscheidet man die Oberflächenprozesse nach ihrer Wirkung. Diese sind:

- Plasmareinigen
- Plasmaätzen
- Plasmaaktivieren, Plasmamodifizieren
- Plasmabeschichten

Plasmareinigen:

Die Reinigung im Plasma wirkt nach zwei Prinzipien. Zum einen werden durch den Energieeintrag schwach gebundene Adsorbate z.B. durch Stoßprozesse entfernt (Abb. 75 links), zum andern wird eine chemische Reaktion mit dem Prozessgas angestrebt, das die Verunreinigung in flüchtige Verbindungen umwandelt (Abb. 75 rechts).

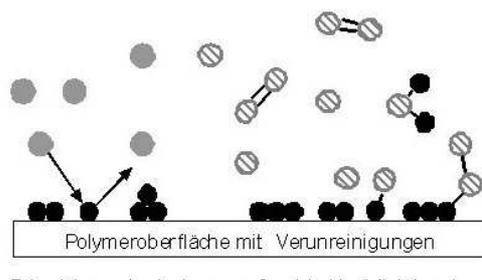


Figure 75: Feinreinigung durch atomares "Sandstrahlen" (links) und plasmachemischen Abbau (rechts).

So kann die Reinigungsleistung eines Plasmas in weiten Bereichen über die chemische Reaktionsfähigkeit eingestellt werden, wobei das verwendete Prozessgas bestimmt, ob eine oxidative, reduktive oder inerte Reinigung erfolgt.

Mit einem Argonplasma kann die Oberfläche so gereinigt werden, dass schwach gebundene Atome und Moleküle in einer Art "atomares Sandstrahlen", ganz ohne chemische Beteiligung

des Prozessgases entfernt werden, (Abb.75 links). Allerdings erzeugen auch Edelgase im Plasma UV-Licht, welches ausreichend Energie zur Öffnung von chemischen Bindungen besitzt. In der Regel sind chemische Veränderungen in einem Argonplasma so verursacht.

Wasserstoffplasmen wirken chemisch reduktiv und bewirken wegen der hohen Teilchengeschwindigkeiten einen starken Energieeintrag in die zu behandelnde Oberfläche. Eine effektive Plasmaheizung, verbunden mit thermischer Desorption ist so möglich.

Mit dem Prozessgas Sauerstoff kann im Plasmazustand nahezu jede organische Verunreinigung durch Oxidation entfernt werden, denn die Reaktionsprodukte sind im Vakuum flüchtig. Metallische Verunreinigungen können folgerichtig nicht entfernt werden, weil die Metalloxide in der Regel nicht flüchtig sind. Salzartige Verunreinigungen wie sie z.B. durch Fingerabdrücke entstehen, sind weder oxidierbar noch flüchtig und deshalb ebenfalls nicht durch Plasmareinigung entfernbar.

Plasmaätzen:

Die konsequente Fortführung der Plasmareinigung ist das Plasmaätzen. Dabei ist die Überführung der Substratmaterie in eine flüchtige Verbindung die tragende Reaktion. Die Ätzgeschwindigkeit hängt von der Dichte der Reaktionspartner und deren Energie ab. Da sich im Vakuum beide Größen beschränken, gibt es für viele Ätzprozesse bekannte, optimierte Bedingungen.

Oberflächenmodifizierung:

Polymere Oberflächen bestehen für gebräuchliche Polymere wie Polypropylen (PP) oder Polyethylen (PE) aus überwiegend gesättigten Kohlenwasserstoffketten. Sie sind wegen der geringen Unterschiede der Elektronegativität der Bindungspartner unpolar. Polymere mit stark unterschiedlicher Elektronegativität der Bindungspartner wie z.B. PTFE sind wegen der vollständigen Fluorierung aus Symmetriegründen ebenfalls unpolar. Diese chemisch relativ inaktiven Oberflächen erlauben in dieser Form keine belastbare Anbindung von Lacken, Druckfarben oder Klebstoffen und verhindern für große Unterschiede der Oberflächenenergien (Lack-Oberfläche) eine geschlossene Benetzung (z.B. Wasserlack auf PP-Stoßfänger). Ziel der Plasmabehandlung ist also, sowohl die Benetzung wie auch die Haftung zu fördern. Das Plasma muss somit eine Feinreinigung und die chemische Anknüpfung polarer Gruppen bewirken, die zur Veränderung der Oberflächenenergie und zur Bindung mit Lack, Druckfarbe oder Kleber geeignet sind. Dazu wird meist ein einfaches oxidatives Prozessgas wie Sauerstoff oder Luft verwendet. Dadurch kann im Kohlenwasserstoff entweder der Wasserstoff durch einen elektronegativeren Bindungspartner ersetzt werden und dadurch eine polare Gruppe, oder im Fall des PTFE durch Ersatz des Fluors mit einem anderen Bindungspartner, die Symmetrie aufgebrochen und ebenfalls Polarität und eine Haftvermittlung erzeugt werden. Abbildung 76 zeigt modellhaft ein Sauerstoffplasma mit molekularem und radikalem Sauer-

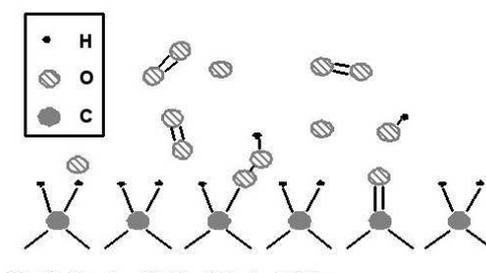


Figure 76: Modifikation einer PE-Oberfläche in einem O₂ Plasma

stoff, der auf einer Polyethylenoberfläche zur Anbindung von Seitengruppen mit ketonischem und aldehydischem Charakter führt. Dadurch wird die Oberfläche insgesamt polarer und die Oberflächenenergie verschiebt sich zu höheren Werten. Üblicherweise ist eine Behandlungsdauer von wenigen Sekunden ausreichend. Durch Testtinten oder Randwinkelmessung mit einem Flüssigkeitstropfen bekannter Oberflächenenergie kann die Veränderung dann quantitativ erfasst werden.

Plasma unterstützte Dampfphasenabscheidung:

Beim "PECVD" (Plasma Enhanced Chemical Vapour Deposition) werden komplexere molekulare Baugruppen, die sog. Monomere, aus separaten Verdampfereinheiten in die Gasphase gebracht, im Plasma angeregt und zur Reaktion gebracht. Dadurch entstehen auf der Oberfläche chemisch angebundene Einheiten die eine weitere Anbindung von Monomeren, ihre Vernetzung oder ihre Polymerisation nach sich ziehen. So entstehen auf dem Substrat geschlossene Schichten, die durch Variation des Prozessgases und der Plasmabedingungen auch während der Beschichtung verändert und angepasst werden können. Dies soll nachfolgend am Beispiel einer kratzfesten transparenten Beschichtung verdeutlicht werden. Für ausreichenden Kratzschutz werden harte Schichten benötigt, die erfahrungsgemäss eine Schichtdicke von mindestens $3\ \mu\text{m}$ erreichen müssen, um auf einem vergleichsweise weichen Substrat nicht schon durch geringe Belastungen eingedrückt zu werden. Als Material bietet sich wegen Transparenz und Härte eine glasähnliche Schicht, also die Abscheidung von Siliziumoxid an. Um Risse und Abplatzungen zu verhindern müssen die Unterschiede der thermischen Ausdehnung und die Eigenspannungen durch eine geeignete Übergangsschicht oder einen Haftvermittler aufgefangen werden. Realisiert wird dies durch siliziumorganische Monomere, wie sie in Abbildung 77 dargestellt sind. Abb. 77 zeigt einige der typischen Reaktionen für Sauerstoff.

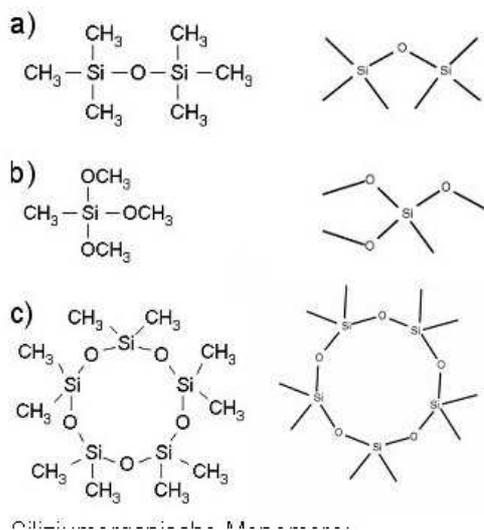


Figure 77: Siliziumorganische Monomere: (a) Hexamethylsiloxan, (b) Trimethoxymethylsilane, (c) Decamethylcyclopentasiloxane

HMDSO (Hexamethyldisiloxan) oder andere geeignete Verbindungen haben gemeinsam, dass durch Oxidation der Methylgruppen (CH₃) zu CO₂ und Wasser, SiO₂ verbleibt. Mit einem Plasma aus den Prozessgasen HMDSO und Sauerstoff kann also eine harte und transparente Schicht aus Quarz erzeugt werden. Wird nur HMDSO dem Plasma ausgesetzt,

so polymerisieren die Monomere zu einer silikonartigen Schicht mit starken hydrophoben Eigenschaften. Daraus lässt sich ein Plasmaprozess aufbauen, der während der Beschichtung den Sauerstoffanteil im Prozessgas kontinuierlich erhöht und dadurch einen ebenso kontinuierlichen Übergang von polymerartigen zu quarzartigen Schichten erlaubt. Die gesuchte Übergangsschicht oder der Haftvermittler kann also allein durch die Variation der Prozessgaszusammenstellung im laufenden Beschichtungsprozess kontinuierlich erzeugt werden, bis im Sauerstoffüberschuss, reine quarzartige Schichten als transparenter Kratzschutz in ausreichender Dicke abgeschieden werden. Hohe Abscheideraten bis zu einigen Mikrometern pro Minute sind so erreichbar. Bereits aus diesem Beispiel sind zahlreiche Anwendungsfelder für den Kratzschutz von Displays, Visieren, der glasfreien Automobilverschiebung, Kunststoffstreuscheiben etc. ableitbar, welche die Gestaltungs- und Kombinationsfähigkeit von Kunststoffen mit der Plasmatechnologie verknüpfen. Ein ähnliches Verfahren wird auch zur Erzeugung von Barrierschichten in PET-Flaschen eingesetzt, da bereits dünne Schichten gute permeationshemmende Eigenschaften haben.

Prinzipiell sind eine grosse Anzahl von Verbindungen die unter Vakuumbedingungen in die Gasphase gebracht werden können als Monomer geeignet und können plasmachemisch in Schichtsysteme umgewandelt werden. In nachfolgender Tabelle sind einige repräsentative Beispiele aufgezeigt.

Schichtwirkung	Anwendung	Monomer
Hydrophobe Schichten	Wasserfeste Imprägnierung, Schmutzabweisende Schichten	Siliziumorganische Verbindungen, Fluorkohlenwasserstoffe
Hydrophile Schichten	Vermeidung von Tropfenbildung, Antibeschlagsschichten	Titanorganische Verbindungen, Vinylacetat ...
Polymere Schichten	Korrosionsschutz, Diffusionsbarrieren	Ethen, Propan,... Kohlenwasserstoffe
Photokatalytische Schichten	Selbstreinigende Oberflächen	Titanorganische Verbindungen mit Sauerstoff
Kratzfeste transparente Schichten	Transparenter Kratzschutz	Siliziumorganische Verbindungen mit Sauerstoff
Tribologische Schichten	Verschleißschutz / Diamond Like Carbon (DLC)	Methan mit Wasserstoff
Barrierschichten	Permeationshemmer	Siliziumorganische Verbindungen, Fluorkohlenwasserstoffe
Antibakterielle Schichten	Sterile Anwendungen	Titanorganische Verbindungen mit Sauerstoff

Übungen

1. Nach dem Einschalten einer mit Argon betriebenen Plasmaquelle steigt der Druck für kurze Zeit von $p_1 = 0,2$ mbar auf $p_2 = 0,5$ mbar ($1 \text{ mbar} = 10^{-3} \text{ atm}$). Wie hoch ist die Temperatur der Neutralteilchen im Plasma?
2. Der Druck in einer mit Argon gefüllten Vakuumkammer beträgt 10^{-3} mbar ($1 \text{ mbar} = 10^{-3} \text{ atm}$). Wie gross ist die Partikelflussdichte Γ ? Bei welchem Druck entspricht die Partikelflussdichte einer Stromdichte von 1 mA/cm^{-2} ?
3. Die Abhängigkeit der Durchbruchspannung U_d von dem Produkt des Druckes und des Elektrodenabstandes pd ist nach dem Gesetz von Paschen wie folgt gegeben (für pd in Einheiten von Pa m):

$$U_d(pd) = \frac{B \cdot (pd)}{\ln(pd) + \ln(A/\ln(1 + 1/\gamma))}$$

wobei A und B Konstanten (vom Gas abhängig) sind und γ der Koeffizient der Sekundärelektronenemission ist.

In einem Entladungsgefäss aus Glas befindet sich Helium unter einem Druck von $p = 100$ Pa. Der Abstand zwischen den Elektroden aus Molybdän beträgt $d = 10$ cm. Die Anode ist geerdet und die Spannung an der Kathode ist U_d .

Zahlenwerte für He: $A = 1,18$, $B = 50 \text{ V/(Pa m)}$. Für Sekundärelektronenemission beim Beschuss von Molybdän mit He^+ -Ionen ist γ ungefähr 0,2.

Wie gross ist die U_d bei der eine Entladung zündet?

Wie gross ist die minimale mögliche Durchbruchspannung U_{dm} und bei welchem Druck wird sie erreicht?

Wie gross ist der kleinste Druck bei dem eine Zündung überhaupt möglich ist?

Literatur zur Plasmatechnologie

G. Janzen, *Plasmatechnik*, Hüthig Verlag, 1992
ISBN 3-7785-2086-5

J.L. Shohet, *Plasma Science and Engineering*, in *Encyclopedia of Physical Science and Engineering*, vol. iv, Academic Press, 1987

A. Rutscher, H. Deutsch, *Plasmatechnik*, Carl Hanser-Verlag, München, Wien (1984)

P.C. Johnson, *Industrial Plasmas*, Ch. 13 in *Plasma Physics: an Introductory Course*, Edited by R.O. Dendy, Cambridge University Press, 1993

I. Langmuir, *Oscillations in ionized gases*, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S., vol. 14, p. 628, (1928)

R.F. Baddour, R.S. Timmins, *The Application of Plasma to Chemical Processing*, MIT Press 1967

E. Räuchle, *Journal de Physique IV*, vol 8, PR7-99

H. Hermann, *Plasma Sprayed Coatings*, Scientific American, September, 1988, pp.112-117